UNIVERSITATEA „AL.I.CUZA" IAȘI
FACULTATEA DE FIZICĂ

G. IONIȚĂ – E. LOZNEANU – E. TEREJA – D. ALEXANDROAIE

CULEGERE DE PROBLEME DE FIZICĂ NUCLEARĂ

IV.9 12 1619

16.643

1984

BCU IAȘI | CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

UNIVERSITATEA "AL.I.CUZA" IASI
FACULTATEA DE FIZICA

G.IONITA-E.LOZNEANU-E.TEREJA-D.ALEXANDROAIE

CULEGERE DE PROBLEME
de
FIZICA NUCLEARA

191851
B.C.U. - IASI

- 1984 -

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

I. 32.563
Univ. „Al. I. Cuza" Iaşi
Sfat. Facultăţii de fizică
T. II 16.613

Culegerea se adresează studenţilor anilor II şi III ai Facultăţii de fizică precum şi studenţilor anului II al secţiei de matematică-fizică. Ea conţine probleme rezolvate sau cu indicaţii pentru rezolvare, în majoritate culese din bibliografia indicată la fiecare capitol şi adaptate la nivelul de cunoştinţe predate studenţilor în cadrul cursului de fizică nucleară, precum şi un număr de probleme originale propuse de autori.

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

C U P R I N S

Cap.I. CARACTERISTICILE NUCLEULUI ATOMIC 1
(D.Alexandroaei)

Cap.II. PARTICULE ELEMENTARE 34
(G.Ioniţă)

Cap.III. FORTE NUCLEARE. MODELE NUCLEARE 48
(G.Ioniţă)

Cap.IV. RADIOACTIVITATEA 56
(D.Alexandroaei)

Cap.V. INTERACTIUNEA RADIATIEI CU SUBSTANTA 86
(E.Tereja)

Cap.VI. DETECTORI DE PARTICULE 116
(E.Tereja)

Cap.VII. REACTII NUCLEARE 138
(E.Lozneanu)

Cap.VIII. ACCELERATORI DE PARTICULE 211
(E.Lozneanu)

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

I. CARACTERISTICI GENERALE ALE NUCLEULUI ATOMIC

I.1. Componenţa izotopică a cuprului natural (masa atomică M_{Cu} = 63,537 u) este studiată cu un spectrograf de masă de tip Dempster cu focalizare la 180°. Menţinînd cîmpul magnetic constant colectorul de ioni pozitivi înregistrează în acelaşi loc pe linia diametrului bază două picuri de curent pentru tensiunile de accelerare U_1 = 1000 V şi U_2 = 969,2 V. In ipoteza că mărimea picului este proporţională cu abundenţa izotopului să se găsească componenţa izotopică a cuprului dacă s-a măsurat raportul n = 2,23 dintre mărimile celor două picuri. Care sînt masele atomice ale izotopilor depistaţi ?

Rezolvare

Dacă s-au înregistrat două picuri rezultă că avem doi izotopi. Intre abundenţele lor relative x,y avem atunci relaţiile:

$$x + y = 1 \qquad \text{şi} \qquad x/y = n$$

Rezolvînd, rezultă : $x = n/(n+1)$ şi $y = 1/(n+1)$ şi după înlocuiri : $x = 0,69$ şi $y = 0,31$

Intre masele atomice ale izotopilor componenţi şi aceea a cuprului natural există relaţia :

$$m_1 x + m_2 y = M_{Cu}$$

Incă o relaţie rezultă utilizînd indicaţia că menţinînd cîmpul magnetic constant cele două picuri se detectează în acelaşi loc, pentru tensiunile de accelerare U_1 şi respectiv U_2. Astfel că dacă razele traiectoriilor celor doi ioni $R_1 = B^{-1}.\sqrt{2U_1 m_1/q}$ şi $R_2 = B^{-1}.\sqrt{2U_2 m_2/q}$ sînt egale obţinem a doua relaţie

între m_1 şi m_2 :

$$U_1 m_1 = U_2 m_2$$

Rezolvînd cele două ecuaţii în m_1 şi m_2 se obţine :

$$m_1 = U_2 M_{Cu}/(x U_2 + y U_1) ;$$

$$m_2 = U_1 M_{Cu}/(x U_2 + y U_1)$$

şi după înlocuiri :

$m_1 = 62,9286$ u ; $m_2 = 64,9475$ u.

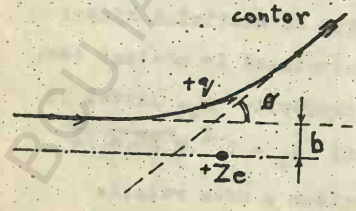
Şi deci este vorba despre izotopii cuprului $^{63}_{29}Cu$ şi $^{65}_{29}Cu$.

1 I.2. Intr-o experienţă de tip Rutherford un fascicul de particule alfa de energie cinetică $E_c = 5$ MeV şi de intensitate $I = 10^6$ particule/s cade normal pe o foiţă de aur de grosime $\Delta = 10^{-5}$ cm. Un detector de particule alfa cu apertura $S = 1$ cm^2 se poate roti în jurul foiţei la o distanţă $R = 10$ cm astfel ca planul de rotaţie să conţină direcţia iniţială a fasciculului. Cînd unghiul dintre direcţia contorului şi normala la foiţă este $\varphi = 15^o$ s-a detectat un număr $\delta I = 1578$ particule pe minut. Calculaţi numărul atomic Z al aurului ($\rho_{Au} = 19,3 \cdot 10^3$ kg/m^3)

Rezolvare

Se ştie că împrăştierea particulelor proiectil de sarcină + q de particule de sarcină + Ze are loc după legea :

$b = k \operatorname{ctg} \varphi/2$ unde $k = q Ze/8 \pi E_c \varepsilon_o$



unde b este parametrul de ciocnire;

φ - unghiul de împrăştiere.

In aceste condiţii numărul $d\dot{N}$ de particule deviate cu unghiul de împrăştiere cuprins

între φ şi $\varphi + d\varphi$ este egal cu numărul de particule care au parametrul de ciocnire b cuprins între b şi b + db :

$$dN = I\, n \Delta\, 2\pi b\, db = n \cdot I \cdot \Delta\pi \cdot k^2 \cdot \cos \varphi/2\, d\varphi / \sin^3 \varphi/2$$

aici : n - concentraţia particulelor difuzante avînd sarcina Ze. Numărul de particule $d I_o$ care trec prin unitatea de suprafaţă sferică de rază R, avînd unghiul de împrăştiere cuprins între φ şi $\varphi + d\varphi$, în unitatea de timp este :

$$d I_o = d N / 2\pi R^2 \sin \varphi\, d\varphi = I\, n \Delta k^2 \operatorname{cosec}^4 \varphi/2 \,/\, 4 R^2$$

Pe contorul de apertură S în unitatea de timp vor cădea un număr de particule $\delta I = S \cdot d I_o$ iar dacă $n = N_{av} \rho_{Au} / A_{Au}$ (N_{av} - numărul lui Avogadro, A_{Au} - masa atomică a aurului) avem în cele din urmă :

$$\delta I = \frac{S}{4 R^2} I \frac{N_{av} \rho_{Au}}{A_{Au}} \cdot \Delta \cdot \left(\frac{q\, Ze}{8\pi \varepsilon_o \cdot E_c} \right)^2 \operatorname{cosec}^4 \varphi/2$$

de unde :

$$Z = \left[\frac{\delta I}{I S} \cdot \frac{4 R^2}{n \cdot \Delta} \cdot \frac{(8\pi \cdot \varepsilon_o \cdot E_c)^2}{q^2 e^2 \operatorname{cosec}^4 \varphi/2} \right]^{1/2}, \quad (q = +2e)$$

După înlocuiri se obţine :

$$Z = 78{,}96 \approx 79 .$$

I.3. Utilizînd considerente de fizică clasică să se arate că pentru un ion analizat într-un spectrograf de masă cu cîmp magnetic staţionar şi uniform are loc următoarea relaţie :

$$M U = 4{,}8243 . 10^7 \cdot n \cdot R^2 \cdot B^2$$

unde M- masa ionului în u; U- tensiunea de accelerare a ionului, în volţi ; n- de cîte ori este ionizat atomul din care provine ionul ; R- raza traiectoriei în metri ; B- cîmpul magnetic al

spectrografului în Tesla.

Rezolvare

Dacă sarcina ionului este $q = n\,e$ şi v- viteza după ce a ieşit din regiunea de accelerare, avem :

$$q\,U = \frac{1}{2} M v^2$$

şi în cîmp magnetic $(\vec{B} \perp \vec{v})$

$$q\,v\,B = \frac{M v^2}{R}$$

eliminînd v între cele două relaţii avem.:

$$M\,U = \frac{1}{2} n\,e\,R^2\,B^2$$

apoi înlocuind avînd $1\ u = 1{,}66057 \cdot 10^{-27}$ kg şi $e = 1{,}60219 \cdot 10^{-19}$ C găsim :

$$M\,U = 4{,}8243 \cdot 10^{7} \cdot n \cdot R^2 \cdot B^2$$

I.4. 1°. O experienţă care poate oferi informaţii cu privire la raza nucleelor atomice este aceea în care se observă numai împrăştierea elastică izotopică a neutronilor rapizi pe o foiţă metalică subţire. In aproximaţia că procesul elementar de ciocnire are loc între două sfere rigide să se calculeze raza nucleului atomic dintr-o experienţă în care s-a măsurat împrăştierea elastică izotopică a unei fracţiuni $\mathcal{E} = 10^{-3}$ din fluxul incident de neutroni rapizi pe o ţintă subţire de $^{209}_{83}$Bismut cu grosimea $d = 0{,}14$ mm ($\rho_{Bismut} = 9{,}8 \cdot 10^3$ kg/m^3).

2°. Faceţi consideraţii cu privire la energia neutronilor utilizaţi în acest experiment.

BCU IAŞI - CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Rezolvare

1°. Pentru viteze mari ale neutronilor rapizi lungimea de undă de Broglie asociată lor poate fi mică în raport cu dimensiunea nucleului. Dacă se observă împrăştierea elastică izotropă - excluzînd deci difuzia inelastică şi captura neutronilor de către nucleu - în aceste condiţii, mecanica clasică a ciocnirii sferelor rigide se poate aplica cu bună aproximaţie. Astfel că σ , secţiunea eficace totală de împrăştiere elastică a particulei neutre - neutronul - pe sfera rigidă tot neutră - nucleul este :

$$\sigma = \pi (R_n + R_N)^2 \cong \pi R_N^2 \quad \text{dacă} \quad R_n \ll R_N$$

- aici R_n - raza neutronului şi R_N - raza nucleului.
Deci fracţia de particule împrăştiate va fi :

$$\varepsilon = N \cdot d \cdot \sigma$$

unde: d - grosimea ţintei ; N- concentraţia atomilor de bismut şi σ - secţiunea eficace totală de împrăştiere elastică a neutronilor rapizi pe nucleele ţintă.

Inlocuind pe σ putem scoate pe R_N :

$$R = \sqrt{\frac{A \cdot \varepsilon}{N_{av} \cdot \rho_{Bi} \cdot d \cdot \pi}} = 8{,}93 \cdot 10^{-15} \text{ m} = 8{,}93 \text{ fermi}$$

Aici N_{av} - numărul lui Avogadro şi A - numărul de masă al bismutului.

Observaţii. Trebuie remarcat că dacă se observă şi difuzia inelastică şi captura neutronilor de către nuclee raza calculată dintr-o experienţă de atenuare a fluxului de neutroni la trecerea prin substanţă este $R/\sqrt{2}$ întrucît secţiunea eficace a acestui proces este tot πR_N^2 (pentru cazul neutronilor rapizi).

2^0. Pentru a observa difuzia elastică (fără variaţie de energie internă a sistemului) izotropă fără a avea difracţia undelor asociate pe nuclee trebuie ca $\lambda_{\text{de Broglie}} < R_N$. Să calculăm energia cinetică a neutronilor pentru care avem $\lambda_{Br} = R_N$.

$$\lambda_{Br} = \frac{h}{P} = \frac{h\,c}{\left[E_c(E_c + 2\,m_{no}\,c^2)\right]^{1/2}}$$ de unde avem ecuaţia în E_c

$$\left(\frac{E_c}{E_{no}}\right)^2 + \left(\frac{E_c}{E_{no}}\right) - \frac{h^2}{\lambda_{Br}^2 \cdot m_{no}^2 \cdot c^2} = 0$$ de unde după înlocuiri

$\frac{E_c}{E_{no}} = 0{,}011$) unde $E_{no} = m_{no}\,c^2$ - energia de repaus a neutronului : deci $E_c > 11$ MeV.

X I.5. In ipoteza că fiecare nucleon contribuie cu un volum elementar la volumul total al nucleului să se stabilească o relaţie care dă raza nucleului în funcţie de numărul de masă. Pe baza rezultatului de la problema I.4 să se găsească constanta care intră în relaţie şi de asemenea să se calculeze densitatea materiei nucleare şi concentraţia nucleonilor în volumul nucleului.

Rezolvare

Avînd în vedere ipoteza formulată volumul nucleului V_N va fi :

$$V_N = A\,v = 4\pi R_N^3/3$$

unde v este volumul fiecărui nucleon. De aici :

$$R_N = r_o\,A^{1/3}$$

unde :

$$r_o = (3\,v/4\pi)^{1/3}$$. Aici r_o se determină din alte tipuri de experienţe. Pe baza datelor din problema I.4 rezultă :

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$$r_o = \frac{R_{N\,Bi}}{A_{Bi}^{1/3}} = \frac{8,93 \cdot 10^{-15}}{(209)^{1/3}}\ m = 1,5 \cdot 10^{-15}\ m$$

Densitatea medie a materiei nucleare

$$\rho_N = \frac{m_{N\,Bi}}{V_{N\,Bi}} = \frac{3 \cdot m_1\,u}{4\pi r_o^3} = 1,8 \cdot 10^{17}\ kg/m^3$$

Concentraţia nucleonilor în nucleu

$$n = \frac{A}{V_N} = \frac{3}{4\pi r_o^3} = 1,08 \cdot 10^{44}\ nucleoni/m^3$$

$m_1\,u$ - masa unităţii de masă atomică - $= 1,66 \cdot 10^{-27}$ kg.

1.6. Să se calculeze energia electrostatică a unui nucleu de sarcină electrică Ze şi rază R_N. Cît de mare este această energie în cazul nucleului $^{209}_{83}Bi$?

Rezolvare

Se ştie că energia electrostatică a unui sistem de două sarcini q_1 şi q_2 este $E_{el2} = \frac{1}{2} q_1 V_2$ unde V_2 este potenţialul dat de q_2 în locul unde este q_1. Generalizînd vom avea că energia electrostatică a unui nucleu care conţine Z protoni va fi :

$$E_e = 1/2 \int_V \rho_e V\, dv$$

unde ρ_e este densitatea de sarcină în nucleu cu Z protoni, iar V potenţialul electrostatic datorat celorlalţi (Z - 1) protoni şi dat de ecuaţia lui Poisson :

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial V}{\partial r}\right) = - \rho_e' / \varepsilon_o$$

aici $\rho_e' = \frac{(Z-1)e \cdot 3}{4\pi R_N^3}$ - distribuţia de sarcină a celor (Z-1) protoni.

BCU Cluj / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Rezolvînd găsim : $V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \cdot \frac{r^2}{6} + k$ k - constanta de integrare-o găsim din condiţia la limită :

$$V(r = R_N) = \frac{(Z-1)\,e}{4\pi\varepsilon_0 R_N}$$ astfel că :

$$V(r) = \frac{3(Z-1)\,e}{2\,R_N} \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \left(1 - \frac{r^2}{3\,R_N^2}\right)$$

In cele din urmă energia de interacţiune electrostatică a nucleului sferic va fi :

$$E_e = \frac{1}{2} \int_0^{R_N} \frac{3}{4\pi} \cdot \frac{Z\,e}{R_N^3} \cdot \frac{3(Z-1)e}{2\,R_N} \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(1 - \frac{r^2}{3\,R_N^2}\right) 4\pi\, r^2 dr$$

(d v - elementul de volum în coordonate sferice = $4\pi r^2 dr$ avînd în vedere simetria sferică).

Integrînd se găseşte :

$$E_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{Z\,(Z-1)\,e^2}{R_N}$$

In cazul nucleului $^{209}_{83}Bi$ avem :

$$E_e = 9.10^9 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{83.\ 82.\ (1{,}6.10^{-19})^2}{8{,}93.10^{-15}} = 1{,}05.10^{-10} J = 658\ MeV.$$

I.7. Un alt mod de evaluare a razelor nucleelor atomice se bazează pe luarea în considerare a energiilor de legătură ale nucleelor oglindă şi a energiilor electrostatice corespunzătoare acestor nuclee. Care ar fi acest considerent şi să se calculeze raza nucleelor plecînd de la aceasta. Exemplificare pentru $^{15}_{7}N$ $^{15}_{8}O$.

Rezolvare :

Acest considerent este că variaţia energiei de legătură este egală cu variaţia energiei electrostatice datorită prezenţei protonului suplimentar, numărul de nucleoni fiind acelaşi (nuclee oglindă).

Fie cele două nuclee $^{A}_{Z}X$ şi $^{A}_{Z+1}Y$. Diferenţa energiilor lor de legătură este :

$$\Delta(E_{leg}) = c^2\left[(Z+1)\,m_p + (A-Z-1)\,m_n - M_{Z+1}\right] - c^2\left[Z\,m_p + (A-Z)m_n - M_Z\right] = c^2(\Delta M + m_n - m_p)$$

Diferenţa energiilor electrostatice (vezi problema I.6) :

$$\Delta E_e = E_{e(Z+1)} - E_{e(Z)} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot Z\cdot\frac{e^2}{R_N}\cdot\frac{6}{5}$$

Dacă $\Delta(E_{leg}) = \Delta E_e$ rezultă :

$$R_N = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{6}{5}\cdot\frac{Z\,e^2}{c^2(\Delta M + m_n - m_p)}$$

Pentru exemplul dat :

$M_N = 15{,}00486$ u ; $M_O = 15{,}00777$ u.

$m_n = 1{,}00898$ u ; $m_p = 1{,}00814$ u ; $1\ u = 1{,}66.10^{-27}$ kg

După înlocuiri rezultă pentru raza nucleelor oglindă $^{15}_{7}N$ şi $^{15}_{8}O$:

$$R_N = 3{,}45\cdot 10^{-15}\ m.$$

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

I.8. Utilizînd considerente de mecanică a microparticulelor, ce se poate spune despre posibilitatea localizării unui electron sau a unui proton într-un volum de dimensiunile nucleului atomic. Plecînd de la aceasta, ce concluzie se poate trage cu privire la existenţa celor două particule în nucleul atomic, de exemplu de deuteriu.

Rezolvare

Dacă microparticula este localizată într-un spaţiu de dimensiuni $\Delta x \simeq 4.10^{-15}$ m atunci, conform relaţiei de nedeterminare a lui Heisembreg, nedeterminarea impulsului va fi:

$$\Delta p > \frac{\hbar}{\Delta x} \simeq 2,63 \cdot 10^{-20} \text{ kg. m/s}$$

Pentru electron o asemenea valoare a impulsului ar corespunde unei nedeterminări în energia cinetică de

$$E_{ce} = \sqrt{p^2 c^2 + m_e^2 c^4} - m_e c^2 \cong 48 \text{ MeV}$$

iar pentru protoni obţinem $E_{cp} \cong 1,3$ MeV.

Avînd în vedere mărimea gropilor de potenţial electrostatică pentru electron:

$$U = \frac{e^2}{4\pi \varepsilon_o r_N} \cong 1 \text{ MeV}$$

şi nucleară pentru proton:

$U \simeq 30$ Mev, vedem imposibilitatea electronului respectiv posibilitatea protonului de a exista ca particule independente în nucleul atomic.

BCU SI CENTRALA UNIVERSITARĂ LIBRARY

I.9. Care este condiţia de stabilitate a unui nucleu la un anumit tip de dezintegrare ? Să se analizeze stabilitatea $^{226}_{88}Ra$ în raport cu dezintegrarea alfa .

Rezolvare

O reacţie de dezintegrare s-ar scrie :

$$ {}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A_1}_{Z_1}Y + {}^{A_2}_{Z_2}V $$

In general dacă energia de legătură a nucleelor din starea finală este mai mică decît aceea a nucleului din starea iniţială, spunem că nucleul respectiv este stabil la dezintegrarea dată. In exemplul dat dacă

$$ E_{leg} = \left[Z\, M_{{}^{1}_{1}H} + (A - Z)\, m_n - M(A,Z) \right] c^2 $$

avem :

$$ \Delta E_{leg} = \left[M(A_1, Z_1) + M(A_2, Z_2) - M(A, Z) \right] c^2 = $$

$$ = \left[M_{{}^{222}_{86}Rn} + M_{{}^{4}_{2}He} - M_{{}^{226}_{88}Ra} \right] c^2 = $$

$$ = \left[222{,}08663 + 4{,}00387 - 226{,}09574 \right] c^2 = $$

$$ = - 4{,}87 \text{ MeV} $$

$\Delta E_{leg} < 0$ rezultă că $^{226}_{88}Ra$ este instabil la dezintegrarea alfa (şi este într-adevăr alfa-radioactiv) .

I.10. Care este energia de legătură a protonului în particula alfa şi în $^{210}_{83}Bi$?

Rezolvare

Energia de legătură căutată este energia minimă care trebuie cheltuită pentru a extrage particula respectivă din

nucleele date. Astfel că :

$$\Delta E_{leg}\left({}_{1}^{1}p,\ {}_{2}^{4}He\right) = \left[M_{{}_{1}^{1}p} + M_{{}_{1}^{3}T} - M_{{}_{2}^{4}He}\right]c^2 =$$

$$= \left[1{,}00893 + 3{,}01700 - 4{,}00381\right]\cdot 931{,}5\ \text{MeV} = 19{,}35\ \text{MeV}.$$

$$\Delta E_{leg}\left({}_{1}^{1}p,\ {}_{83}^{210}Bi\right) = \left[M_{{}_{1}^{1}p} + M_{{}_{82}^{209}Pb} - M_{{}_{83}^{210}Bi}\right]c^2 =$$

$$= \left[1{,}00893 + 209{,}04451 - 210{,}04951\right] 931{,}5\ \text{MeV} = 3{,}66\ \text{MeV}.$$

(OBS. Dezintegrările respective nu au loc : $\Delta E_{leg} > 0$).

I.11. Pînă la ce distanţă minimă se poate apropia de un nucleu de ${}_{83}^{210}Bi$ o particulă alfa de energie cinetică 1,3 MeV? Dar de un nucleu de ${}_{4}^{9}Be$? Ce energie minimă trebuie să aibă particula alfa pentru a putea pătrunde într-un nucleu de sarcină Z şi număr de masă A ? Fie de exemplu un nucleu ${}_{6}^{12}C$.

Rezolvare

Din legea conservării energiei rezultă energia cinetică a particulei alfa la distanţă minimă de nucleul "masiv" ($v = 0$ - în cazul ciocnirii centrale) :

$$E_{c\alpha} = \frac{2e \cdot Ze}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r_{min}}$$

de unde

$$r_{min} = \frac{2\,Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 \cdot E_{c\alpha}} = 1{,}83 \cdot 10^{-13}\ \text{m}.$$

In cazul cînd nucleul ţintă are masa comparabilă cu masa particulei alfa atunci în relaţia de mai sus trebuie să punem în locul lui $E_{c\alpha}$ energia cinetică relativă a celor două particule E_{cr} care este :

$$E_{cr} = \frac{\mu v^2}{2} = \frac{M \cdot m_\alpha}{2(M + m_\alpha)} \cdot v^2$$

sau

$$E_{cr} = \frac{M}{M + m_\alpha} \cdot E_{c\alpha}$$

şi atunci :

$$r_{min} = \frac{2 Ze^2 (M + m_\alpha)}{4\pi\varepsilon_0 \cdot E_{c\alpha} M} = 1{,}28 \cdot 10^{-14} \text{ m}$$

Pentru a putea pătrunde în nucleu energia cinetică a particulei α trebuie să întreacă energia corespunzătoare "înălţimii" barierei de potenţial a nucleului. Deci :

$$E_{cr} = \frac{2 e \cdot Ze}{4\pi\varepsilon_0 (R_\alpha + R_N)}$$

(particula alfa aflîndu-se la "marginea" nucleului). Dar :

$$R_\alpha = R_0 \cdot 4^{1/3} \quad \text{şi} \quad R_N = R_0 A^{1/3}$$

şi atunci vom avea :

$$E_{cr} = \frac{2 Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 R_0 (4^{1/3} + A^{1/3})} \quad \text{sau}$$

$$E_{c\alpha} = \frac{2(M + m_\alpha) Z e^2}{4\pi\varepsilon_0 R_0 \cdot M(4^{1/3} + A^{1/3})}$$

Pentru exemplul dat :

$$E_{c\alpha} = 4{,}57 \text{ MeV}.$$

I.12. Interpretaţi diferiţii termeni din formula semiempirică a lui Weizsäcker care dă energia de legătură în funcţie de numărul de masă şi de numărul atomic al nucleului. Calculaţi aceşti termeni şi apoi energia de legătură pentru nucleul $^{27}_{13}Al$.

BIBLIOTECA CENTRALĂ UNIVERSITARY LIBRARY

Rezolvare

Formula lui Weizsäcker :

$$E_{leg} = 15,75.A - 17,8.A^{2/3} - 0,71\ Z^2\ A^{-1/3} - 94,8(A/2-Z)^2/A + \delta \text{ (MeV)}$$

unde $|\delta| = 34\ A^{-3/4}$ şi

$$\delta = \begin{cases} +|\delta| & \text{- nuclee par-par} \\ 0 & \text{- nuclee A impar} \\ -|\delta| & \text{- nuclee impar-impar} \end{cases}$$

- Primul termen -15,75 A ~ energia de volum datorată forţelor de interacţiune pe distanţă mică dintre nucleonii învecinaţi , = 425, 25 MeV pentru ^{27}Al.

- Al doilea termen - 17,8 $A^{2/3}$ = energia superficială a nucleului tip picătură ≅ - 160,2 MeV (energia de legătură se micşorează)

- 0,71. $Z^2 / A^{1/3}$ termenul energiei electrostatice = - 40 MeV

- 94,8(A/2 - Z)^2/A termen de corecţie care exprimă abaterea de la A = 2 Z - cele mai stabile nuclee sînt acelea cu Z = A/2 şi este = - 23,7/A MeV = - 0,87 MeV pentru ^{27}Al.

- $|\delta| = 34\ A^{-3/4}$ termen introdus în acelaşi manieră — cea mai largă răspîndire o au nucleele cu Z şi A- Z par , ≅ 0.

Făcînd bilanţul rezultă :

$$E_{leg}\ {}^{27}_{13}Al = 224,2 \text{ MeV}$$

#50

I.13. Folosind formula empirică a lui Weizsäcker să se găsească formula lui Metropolis care dă numărul atomic Z al celui mai stabil nucleu pentru un A dat oarecare. La ce tip de dezintegrare se poate referi această stabilitate ?

Rezolvare

Stabilitatea se referă la dezintegrarea beta pentru că la acest tip de dezintegrare A rămîne constant. Masa unui nucleu $^{A}_{Z}X$ se poate scrie :

$$M(A,Z) = Z\,m_p + (A - Z)\,m_n - E_{leg}/c^2$$

unde E_{leg} dat de formula lui Weizsäcker :

$$E_{leg} = \alpha A - \beta A^{2/3} - \gamma Z^2 A^{-1/3} - \varepsilon (A/2 - Z)^2/A + \delta A^{-3/4}$$

Nucleul cel mai stabil are masa cea mai mică (energia de legătură cea mai mare) astfel că pentru un A dar valoarea Z_0 a celui mai stabil atom se determină din condiţia de minim a lui $M(A,Z) = f(Z)_A = \text{const.}$ adică din condiţia :

$$(\partial M/\partial Z)_{A=\text{const}} = 0 \quad \text{deci :}$$

$$(\partial M/\partial Z)_{A=\text{const.}} = (m_p - m_n) + 2\gamma A^{-1/3} \cdot Z - 2\varepsilon (A/2 - Z)\,A^{-1} = 0$$

de unde :

$$Z_0 = \frac{(m_n - m_p + \varepsilon)\,A}{2\varepsilon + 2\gamma A^{2/3}} \quad \text{sau după înlocuirile}$$

constantelor :

$$Z_0 = \frac{A}{1{,}98 + 0{,}015\,A^{2/3}}$$

De exemplu pentru A = 27 rezultă $Z_0 = 12{,}8$ deci cel mai

stabil este $^{27}_{13}Al$.

I.14. In energetica nucleară o problemă teoretică ar fi aceea de a afla în ce loc din sistemul periodic se află elementele pentru care fisiunea unui nucleu în două părţi egale este avantajoasă energetic. Folosind formula semiempirică a lui Weizsäcker să se găsească raportul Z^2/A care îndeplineşte acest deziderat. (Se neglijează termenul δ).

Rezolvare

Energia de legătură a nucleului (A,Z) este :

$$E_{leg} = \alpha A - \beta A^{2/3} - \gamma Z^2 A^{-1/3} - \varepsilon (A/2 - Z)^2 A^{-1} + \delta$$

iar aceea a nucleului (A/2, Z/2) este :

$$E_{leg\ 1/2} = \alpha A/2 - \beta (A/2)^{2/3} - \gamma (Z/2)^2 \cdot (A/2)^{-1/3} - \varepsilon (A/4 - Z/2)^2 (A/2)^{-1} + \delta'$$

Pentru ca fisiunea să devină avantajoasă din punct de vedere energetic trebuie ca :

$$2 E_{leg\ 1/2} - E_{leg} \geq 0$$

astfel că neglijînd termenii δ avem :

$$2 E_{leg\ 1/2} - E_{leg} = A^{2/3} \left[\gamma Z^2 (1 - 2^{-2/3})/A - \beta (2^{1/3} - 1) \right] \geq 0$$

rezolvînd, obţinem :

$$Z^2/A \geq \frac{\beta}{\gamma} \frac{(2^{1/3} - 1)}{(1 - 2^{-2/3})} = 15,7$$

Şi dacă luăm cu aproximaţie $A \simeq 2Z$ obţinem $Z \geq 32$.

I.15. Bilanţul energetic pozitiv nu este o condiţie suficientă pentru producerea fisiunii. In acest proces intervine concurenţa între forţele de respingere electrostatică şi forţele de "Tensiune superficială" care împiedică dezintegrarea nucleului. Frenkel, Bohr şi Wheeler au arătat că atunci cînd raportul acestor două energii este egal cu 2, nucleul este total instabil faţă de fisiunea în două părţi egale. Să se afle Z^2/A pentru astfel de nuclee.

Rezolvare

In formula semiempirică a lui Weizsäcker termenii care exprimă respingerea electrostatică şi forţele de tensiune superficială nucleară sînt respectiv :

$$E_{es} = \gamma Z^2 A^{-1/3} \quad \text{şi} \quad E_\sigma = \beta A^{2/3}$$

Dacă $E_{es}/E_\sigma = 2$ atunci $Z^2/A = 2\frac{\beta}{\gamma} \simeq 45$

Considerînd că $A \simeq 2Z$ rezultă că se pune problema producerii fisiunii cu bilanţ energetic pozitiv începînd de la $Z = 90$, însă pentru Z mari se ştie că $Z < A/2$ şi în realitate problema începe să se pună pentru $Z \simeq 120$.

Aşadar pentru $Z \simeq 120$ tensiunea superficială nucleară nu mai echilibrează respingerea electrostatică (nemaifiind necesară energia de activare care imprimă nucleului deformaţia critică) şi fisiunea se produce de la sine. Fisiunea spontană a nucleelor cu Z mai mic se explică prin efectul tunel de trecere prin barieră energetică.

I.16. $^{226}_{88}Ra$ se dezintegrează după schema : $^{226}_{88}Ra \longrightarrow {}^{222}_{86}Rn + {}^{4}_{2}He$. Să se calculeze energia produşilor din reacţie utilizînd formula semiempirică pentru energia de legătură. Comparaţi rezultatul obţinut cu acela calculat din valorile experimentale ale maselor atomice ale componentelor reacţiei.

Rezolvare

Posibilitatea dezintegrării alfa rezultă din condiţia $\Delta E_{leg} < 0$, unde :

$$\Delta E_{leg} = E_{leg}(A,Z) - E_{leg}(A-4,\ Z-2) - E_{leg}({}^{4}_{2}He)$$

este diferenţa energiilor de legătură ale componentelor reacţiei. Astfel că energia degajată la dezintegrarea alfa a $^{226}_{88}Ra$ este :

$$\Delta E_{leg\,\alpha} = 17{,}8(4^{2/3} + 222^{2/3} - 226^{2/3}) + 0{,}71\,(4.4^{-1/3} + 86^{2}.222^{-1/3} - 88^{2}.226^{-1/3}) + 94{,}8\,(222/2 - 86)^{2}/222 - (226/2 - 88)^{2}/226 - 34(4^{-3/4} + 222^{-3/4} - 226^{-3/4}) =$$

$$= -3{,}89 \text{ MeV}$$

Se vede că dezintegrarea este posibilă ($\Delta E_{leg} < 0$). Dar $\Delta E_{leg\alpha}$ se distribuie între particula alfa şi nucleul $^{222}_{86}Rn$ astfel încît să fie respectate legea conservării impulsului şi legea conservării energiei :

$$M_\alpha \cdot v_\alpha = M_{Rn} \cdot v_{Rn}; \quad \Delta E_{leg\alpha} = M_\alpha \cdot v_\alpha^2/2 + M_{Rn} \cdot v_{Rn}^2/2$$

Efectuînd calculele găsim :

$$E_{c\alpha} = M_\alpha v_\alpha^2/2 = \Delta E_{leg\alpha} \frac{M_{Rn}}{M_\alpha + M_{Rn}} = 3{,}82 \text{ MeV}$$

$$E_{cRn} = M_{Rn} v_{Rn}^2/2 = \Delta E_{leg\alpha} \frac{M_\alpha}{M_\alpha + M_{Rn}} = 0{,}07 \text{ MeV}.$$

Pentru a compara pe $\Delta E_{leg\alpha}$ din calculele efectuate, ne trebuie $M_{226_{Ra}}$, $M_{222_{Rn}}$, M_{α}. Deci :

$$\Delta E'_{leg\alpha} = (M_{226_{Ra}} - M_{222_{Rn}} - M_{\alpha}) \cdot 931{,}14 \text{ MeV} = 4{,}88 \text{ MeV}$$

$M_{226_{88}Ra} = 226{,}09574$ u ; $M_{222_{86}Rn} = 222{,}08663$ u ; $M_{4_2He} = 4{,}00386$ u

$E'_{c\alpha} = 4{,}8$ MeV ; $E'_{c\,R_n} = 0{,}08$ MeV.

I.17. La trecerea unui flux de neutroni termici printr-o placă de ^{75}As de grosime 8 cm ($\rho = 5730$ Kg/m^3) s-a observat o atenuare $\eta = 0{,}024$ a fluxului iniţial. Să se determine secţiunea eficace totală a procesului şi să se compare cu secţiunea geometrică a nucleului de arseniu 75.

Rezolvare

$$\eta = e^{-n\sigma_t d} \quad \text{de unde} \quad \sigma_t = \frac{1}{n\,d} \ln \frac{1}{\eta} = \frac{A}{\rho N_{av} \cdot d} \ln \frac{1}{\eta}$$

înlocuind ($A = 75$, $\rho = 5730$ kg/m^3, $d = 0{,}08$ m, $N_{av} = 6{,}02 \cdot 10^{26}$) găsim :

$$\sigma_t = 10{,}1 \cdot 10^{-28} \text{ m}^2 = 10{,}1 \text{ barn}$$

In acelaşi timp secţiunea geometrică a nucleului de ^{75}As este

$$\sigma_e = \pi R_N^2 = \pi (1{,}5 \cdot 10^{-15} \cdot A^{1/3})^2 = 1{,}25 \text{ barni}$$

Se observă că $\sigma_e < \sigma_t$.

I.18. Conform regulilor generale de compunere a momentelor, F - momentul cinetic total al atomului ia valorile J+I, J+I-1, . . . , |J-I| (J- momentul cinetic total al electronilor, I- spinul nucleului).

a) Care este numărul de termeni de structură hiperfină în care se descompun stările $^2P_{3/2}$ şi $^2S_{1/2}$ ale unui atom care are spinul nucleului I = 3/2 ?

b) Să se deseneze schema de descompunere hiperfină a liniei spectrale a atomului de mai sus la tranziţia $^2P_{3/2} \longrightarrow {}^2S_{1/2}$.

Rezolvare

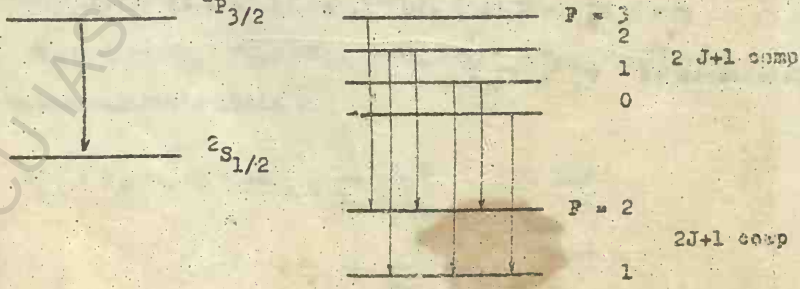
a) Numărul termenilor despicării hiperfine a unei stări este egal cu 2 I + 1 cînd I < J şi 2 J + 1 cînd J < I.

Termenul $^2P_{3/2}$ are J = 3/2 , I = 3/2 → n = 2 · 3/2 + 1 = 4

Termenul $^2S_{1/2}$ are J = 1/2 , I = 3/2 → n = 2 · 1/2 + 1 = 2

Deci există respectiv 4 termeni pentru $^2P_{3/2}$ şi 2 termeni pentru $^2S_{1/2}$.

b) Avînd în vedere cele de mai sus şi regula de selecţie pentru numărul cuantic F: ΔF = 0, ±1, F = 0 ↛ F = 0 avem următoarea schemă :



I.19. a) Se poate determina numărul cuantic magnetic de spin nuclear I pentru atomul $^{209}_{83}Bi$ știind că starea fundamentală $^4S_{3/2}$ se descompune în 2.3/2 + 1 termeni de structură hiperfină ?

b) Care este numărul cuantic de spin nuclear I pentru atomul $^{19}_{9}F$ dacă se știe că starea fundamentală $^2P_{3/2}$ se descompune în doi termeni de structură hiperfină.

c) Care este spinul nucleului $^{23}_{11}Na$ dacă se știe că raportul intensităților liniilor spectrale de structură hiperfină de la tranziția $^2P_{1/2} \longrightarrow {}^2S_{1/2}$ (neglijînd descompunerea nivelului $^2P_{1/2}$) este 1/1,67 ?

Rezolvare

a) Nu, pentru că starea fundamentală $^4S_{3/2}$ s-a descompus în 2J+1 componente (J = 3/2) (J< I) de structură hiperfină.

b) In acest caz J = 3/2. Dacă J ar fi mai mic decît I am fi avut 2.3/2 + 1 = 4 componente. Deci I< J și ca urmare

$$2 \cdot I + 1 = 2 \longrightarrow I = 1/2$$

c) Se știe că raportul intensităților liniilor este egal cu raportul ponderilor statistice ale celor două subnivele $^2S_{1/2}$ separate (în cîmp magnetic slab) pentru care ponderile sînt $2P_1 + 1$ și respectiv $2P_2 + 1$ (P = I+J; I+J-1; J= 1/2)

Deci

$$\frac{2P_1+1}{2P_2+1} = \frac{2(I - 1/2) + 1}{2(I + 1/2) + 1} = \frac{I}{I + 1} = \frac{1}{1,67}$$

rezultă $I = 3/2$.

I.20. a) Intr-o experienţă de tip Stern-Gerlach s-a trecut un fascicul de atomi de ^{39}K în starea fundamentală $^2S_{1/2}$ printr-o regiune a aparatului cu cîmp magnetic puternic ($\gg 10^5$ A/m) şi foarte neomogen. S-au obţinut două componente principale pe care s-a evidenţiat o structură fină de cîte 4 componente. Care este spinul nucleului ^{39}K ?

b) Care va fi tabloul descompunerii, în acelaşi aranjament experimental pentru atomi de ^{137}Ba ($^1S_0$ şi I = 3/2) ?

c) Explicaţi, de ce se schimbă situaţia cînd înlocuim cîmpul puternic cu unul slab ?

Rezolvare

Dacă cîmpul magnetic este puternic ($H \gg 10^5$ A/m) legătura dintre momentul magnetic al nucleului şi cel al electronilor de valenţă se rupe, iar orientările acestora în cîmpul exterior devin independente. Deci vectorii $\vec{J}$ şi $\vec{I}$ vor prezenta 2J+1 şi respectiv 2I+1 orientări diferite faţă de cîmpul exterior. Dar pentru că $\mu_J \gg \mu_I$ orientările lui $\vec{J}$ vor fi evidenţiate în principal, fiecăreia corespunzîndu-i 2I+1 subnivele. In cazul nostru (a) $J = 1/2 \longrightarrow 2.1/2 + 1 = 2$ componente principale pe care se evidenţiază $2I+1 = 4$ subcomponente.

Deci $I = 3/2$.

b) Pentru ^{137}Ba în starea fundamentală nu avem despicarea după J (J = 0) şi atunci există numai aceea datorită momentului nuclear. I = 3/2. Deci se obţin 4 componente dar mai puţin distanţate decît cele principale de mai sus (a)

c) Dacă se schimbă cîmpul magnetic puternic cu unul slab legătura $(\vec{J},\vec{I})$ nu se mai rupe şi în acest caz vectorul sumă $\vec{F} = \vec{J}+\vec{I}$ va lua 2F+1 orientări diferite şi obţinem tot atîtea componente.

BCU CLUJ / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

I.21. a) O mărire considerabilă a sensibilităţii metodei cu fascicule atomice de determinare a spinului nuclear a fost obţinută prin utilizarea unor cîmpuri magnetice slabe. Intr-o astfel de experienţă (iniţial Rabi şi colab.) se trecea mai întîi fasciculul printr-un cîmp magnetic neomogen şi intens apoi printr-unul tot neomogen dar slab şi întins spaţial. Un fascicul de ^6_3Li s-a descompus în 6 componente. Care este spinul nucleului ^6_3Li, dacă starea fundamentală este $^2S_{1/2}$?

b) Indicaţi o măsură a neomogenităţii cîmpurilor magnetice folosite în astfel de experienţe.

Rezolvare

a) In prima regiune cu cîmp intens cuplajului $(\vec{J},\vec{I})$ s-a rupt şi fasciculul s-a descompus în $2J + 1 = 2$ componente care au $J_{1z} = 1/2$ şi $J_{2z} = -1/2$. In a doua regiune cuplajul $(\vec{J},\vec{I})$ nu se distruge şi fiecare fascicul se descompune în $2F_1+1$ şi respectiv $2F_2+1$ componente. In total

$$2(1/2+ I) + 1 +2(- 1/2 + I) + 1 = 6 \longrightarrow I = 1$$

$$(F_1 = I + J \; ; \quad F_2 = I + J - 1 = I - J)$$

b) Neomogenitatea cîmpului magnetic trebuie să se manifeste pe un domeniu comparabil cu lungimea dipolului elementar nuclear.

I.22. Metoda lui Rabi de determinare a momentelor magnetice nucleare $\vec{M}$ constă în aceea că se urmăreşte schimbarea orientării acestora într-un cîmp magnetic $\vec{B}$ preluînd energie de la un cîmp de radiofrecvenţă suprapus peste $\vec{B}$. Dezvoltaţi ideea experienţei. Care este valoarea proiecţiei

maxime μ_H a vectorului $\vec{\mu}$ pe direcţia cîmpului magnetic pentru atomii de ^{137}Ba ($^1S_0$ şi I = 3/2) dacă într-o astfel de experienţă la un cîmp magnetic B = 0,5 T frecvenţa cîmpului de radiofrecvenţă la care s-a observat efectul a fost f = 2,364 MHz.

Re lvare

In cîmpul magnetic $\vec{B}$ energia de interacţiune cu $\vec{\mu}$ este :

$$U = - \vec{\mu}.\vec{B} = - \mu^{*}. B \cos(\vec{\mu},\vec{B}) = - g\, I^{*}.\mu_N. B \cos(\vec{\mu}, \vec{B}) =$$

$$= - g\, I^{*}. \mu_N . B . \frac{I_z}{I^{*}} = - g\, \mu_N. B . I_z$$

unde mărimile notate cu * sînt valorile absolute ale vectorilor respectivi ; g- raportul giromagnetic ; I_z- proiecţia lui $\vec{I}$ pe direcţia $\vec{B}$ şi egală cu I, I-1,. . . - I (2I+1 proiecţii) ;

$\mu_N = e\hbar / 2 M_p$ - magnetonul nuclear = $5,05.10^{-27}$ unit.SI.

Unei tranziţii $\Delta I_z = \pm 1$ (schimbări de orientare a lui $\vec{\mu}$ faţă de $\vec{B}$) îi corespunde energia de tranziţie ΔU :

$$\Delta U = \pm g\, \mu_N\, B$$

şi se poate face la o frecvenţă $f_o = \Delta U/h$. Această energie ΔU se poate prelua de la un cîmp de radiofrecvenţă atunci cînd frecvenţa acestuia este egală cu f_o- la rezonanţă. In acel moment orientarea reciprocă ($\vec{\mu}$, $\vec{B}$) se schimbă şi aceasta se pune în evidenţă utilizînd cîmpuri neomogene corespunzătoare care acţionează asupra dipoli-magnetici orientaţi (iniţial) diferit.

Deci $f_{rez} = g\, \mu_N\, B/h$ de unde

$$g = \frac{f_{rez} . h}{\mu_N . B} = 0,62 \quad \text{pentru } ^{137}Ba.$$

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Proiecţia maximă pe cîmpul magnetic a lui $\vec{\mu}$, $\mu_H = g\,\mu_N \cdot I_z$ obţinută cînd $I_z = I$ şi adesea numită moment magnetic (măsurat) este deci :

$$\mu_H = g\,\mu_N\, I$$

şi măsurată în magnetoni nucleari $\mu_H/\mu_N = g\,I = 0{,}93$ pentru nucleul ^{137}Ba $(I = 3/2)$

Observaţii

$(\mu^{\max} = g\,\mu_N\, I^{\max} = g \cdot \mu_N \cdot \sqrt{I(I+1)}.\hbar \longrightarrow$ mărimea vectorului $\vec{\mu}$).

10 I.23. In cazul modelului lui Schmidt, pentru reprezentarea vectorială a nucleului, să se găsească expresia factorului giromagnetic g_I al nucleului avînd în vedere g_s şi g_l - factorii giromagnetici de spin şi orbital - ai nucleonului neîmperecheat. Care sînt expresiile cînd acesta este un proton sau un neutron ? Care sînt μ_H respectivi ? $(\mu_H = g_I\, I\, \mu_N)$.

Rezolvare

Din cauză că $g_s \neq g_l$ momentul magnetic total al nucleului $\vec{\mu}_I = g_l \cdot \vec{l} + g_s \cdot \vec{s}$ nu este coliniar cu momentul cinetic total $\vec{I} = \vec{l} + \vec{s}$. Astfel că $\vec{\mu}$ va efectua o mişcare de precesie în jurul lui $\vec{I}$ rezultînd un moment magnetic mediu $\vec{\mu}_{ef}$ din suma proiecţiilor momentelor magnetice orbital şi de spin :

$$\vec{\mu}_{ef} = \left[\mu_l \cos(\vec{l},\vec{I}) + \mu_s \cos(\vec{s},\vec{I})\right] \cdot \vec{I}/|\vec{I}|$$

Avînd în vedere că :

$$\cos(\vec{l},\vec{I}) = \frac{\vec{I}^2 + \vec{l}^2 - \vec{s}^2}{2\,|\vec{I}| \cdot |\vec{l}|} \; ; \quad \cos(\vec{s},\vec{I}) = \frac{\vec{I}^2 + \vec{s}^2 - \vec{l}^2}{2\,|\vec{I}| \cdot |\vec{s}|} \quad \text{şi}$$

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

că μ în unit μ_N sînt :

$$\mu_\chi = g_\chi \sqrt{\chi(\chi+1)} \quad ; \quad \mu_s = g_s \sqrt{s(s+1)}$$ iar

$|\vec{I}|$; $|\vec{\chi}|$. şi $|\vec{s}|$ în unit $\hbar$ sînt :

$$|\vec{I}| = \sqrt{I(I+1)} \quad ; \quad |\vec{\chi}| = \sqrt{\chi(\chi+1)} \quad , \quad |\vec{s}| = \sqrt{s(s+1)}$$ găsim:

$$\vec{\mu}_{ef} = \left\{(g_s + g_\chi)/2 + (g_s - g_\chi)\left[s(s+1) - \chi(\chi+1)\right]/2\,I(I+1)\right\} \cdot \vec{I} =$$

$$= g_I \cdot \vec{I}$$

deci (cînd μ_{ef} în unit μ_N) :

$$g_I = \frac{g_s + g_\chi}{2} + \frac{g_s - g_\chi}{2} \cdot \frac{1}{I(I+1)} \cdot \left[s(s+1) - \chi(\chi+1)\right]$$

Cînd $s = \frac{1}{2}$ ($I = \chi + 1/2$ sau $I = \chi - 1/2$) mai avem :

$$I = \chi + 1/2 \qquad g_I = \frac{1}{I}\left[\frac{1}{2} g_s - (I - 1/2)\, g_\chi\right]$$

$$I = \chi - 1/2 \qquad g_I = \frac{1}{I+1}\left[(I + 3/2)\, g_\chi - \frac{1}{2} g_s\right]$$

- Pentru proton (ultimul nucleon este un proton) avem:

$$g_\chi = 1 \quad \text{şi} \quad g_s = 5,58 \quad \text{deci :}$$

$$I = \chi + 1/2 \qquad g_{I_{p+}} = \frac{1}{I}(I + 2,29) \quad \text{şi} \quad \mu_{p_{H+}} = (I + 2,29)\,\mu_N$$

$$I = \chi - 1/2 \qquad g_{I_{p-}} = \frac{1}{I+1}(I - 1,29) \quad \text{şi} \quad \mu_{p_{H-}} = \frac{I}{I+1}(I - 1,29)\mu_N$$

- Pentru neutron(ultimul nucleon este un neutron) avem

$$g_\chi = 0 \quad \text{şi} \quad g_s = - 3,82$$

$$I = \chi + 1/2 \qquad g_{I_{n+}} = - 1,91/I \quad \text{şi} \quad \mu_{nH-} = - 1,91\,\mu_N$$

$$I = \chi - 1/2 \qquad g_{I_{n-}} = - 1,91/(I+1) \quad \text{şi} \quad \mu_{nH-} = 1,91 \cdot \frac{I}{I+1}\,\mu_N$$

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

1.24. a) Avînd în vedere modelul lui Schmidt de reprezentare vectorială a nucleului să se găsească factorul giromagnetic și momentul magnetic al nucleelor pentru care nucleonul neimperecheat este un neutron sau un proton în starea $f_{5/2}$.

b) În ce stare se află nucleul $^{13}_{6}C$ care prezintă un spin $I = 1/2$ și un moment magnetic $\mu_I = 0,7$?

Rezolvare

Conform modelului lui Schmidt momentul cinetic și magnetic al nucleului este dat de momentul total al nucleonului neîmperecheat.

a) Pentru un neutron care se află în nucleu în starea $f_{5/2}$ avem :

$\ell = 3$ $I = 5/2$ și $s = 1/2$ $(I = \ell - 1/2$ deci în acest caz

$$g_{In-} = 1,91/(I+1) = \frac{2}{7} 1,91 = 0,545 \qquad \mu_{Hn-} = 1,36$$

Pentru un proton cînd $\ell = 3$, $I = 5/2$, $s = 1/2$ $(I = \ell - 1/2)$ avem :

$$g_{Ip-} = (I - 1,29)/(I+1) = (2,5 - 1,29)/3,5 = 0,345 \text{ și}$$

în unit μ_N $\mu_{Hp-} = g_{Ip-} \cdot I = 0,864$.

b) Nucleonul neimperecheat pentru $^{13}_{6}C$ este un neutron astfel că numărul cuantic orbital poate fi $\ell = I + 1/2$ sau $\ell = I - 1/2$ pentru care am avea $\mu_{In-} = 1,91\ I/(I+1)$ sau respectiv $\mu_{In-} = -1,91$.

Avem însă $\mu_{Hn} = 0,7 \cong \mu_{In-}$ deci rezultă că starea va fi $\ell = 1$ $I = 1/2$ deci :

$p_{1/2}$.

BCU IASI CENTRALA UNIVERSITY LIBRARY

11 I.25. Considerînd schema de completare a nivelelor energetice conform modelului în pături a nucleului atomic să se afle distribuţia nucleonilor constituenţi pentru nucleul $^{17}_{8}O$. Care este spinul nucleului şi momentul magnetic nuclear al acestui nucleu ?

Rezolvare

Conform acestui model ordinea de ocupare a nivelelor energetice :

pătura I	starea	$1s_{1/2}$	2 protoni	2 neutroni
pătura II	starea	$1p_{3/2}$	2.3/2+1 =4	4
	starea	$1p_{1/2}$	2.1/2+1 = 2	2
	starea	$1d_{5/2}$	2.5/2+1 = 6	6
pătura III	starea	$2s_{1/2}$	2.1/2+1 = 2	2
	starea	$1d_{3/2}$	2.3/2+1 = 4	4

şi aşa mai departe. In cazul nostru avem : cîte 2 neutroni şi doi protoni în pătura I ; cîte 4 protoni şi 4 neutroni în pătura II şi starea $1p_{3/2}$; cîte 2 protoni şi 2 neutroni pe starea $1p_{1/2}$. Pînă aici 8 protoni şi 8 neutroni. Neutronul neîmperecheat se va afla deci în starea $1\,d_{5/2}$.

Vom avea astfel $\ell = 2$ $I = 5/2$ $s = 1/2$ şi deci $I = \ell + 1/2$. Si dacă momentul magnetic şi cinetic al nucleului este dat de nucleonul nepereche avem atunci :

$$I = \ell + 1/2 = 5/2$$

$$g_I = g_{In+} = -1,91/I = -0,764 \text{ şi}$$

$\mu_I = \mu_{In+} = -1,91$ magnetoni nucleari (din experiment avem $\mu_I = -1,89$).

I.26. Potenţialul de interacţiune nuclear este de forma :

$$U(r) = g^2/r \cdot \exp(-r/R)$$

unde $g^2/\hbar c \cong 15$ şi R- raza medie de acţiune a forţelor nucleare $\cong 1$ fermi. La ce distanţă se pot afla doi protoni pentru ca forţa de respingere electrostatică să fie egalată de forţa de interacţiune nucleară ?

Rezolvare

Forţa de respingere electrostatică dintre doi protoni aflaţi la distanţa r este :

$$\vec{F}_c = e \cdot \frac{e}{4\pi \varepsilon_o r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

iar aceea de "atracţie nucleară" : $\vec{F}_n = - g \cdot \nabla [U(r)]$.

Astfel că:

$$\left| \frac{e^2}{4\pi \varepsilon_o r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} \right| = \left| g^2 \cdot \frac{dU}{dr} \cdot \frac{\vec{r}}{r} \right|$$

de unde

$$\frac{e^2}{4\pi \varepsilon_o r^2} = g^2 (1 + r/R) \exp(-r/R) \cdot \frac{1}{r^2}$$

şi

$$\frac{4\pi \varepsilon_o g^2}{e^2} = \frac{\exp(r/R)}{1 + r/R}$$

$$2051 = \frac{1}{1 + r/R} \exp\left(\frac{r}{R}\right)$$ ecuaţia transcedentală

$$7{,}62 = \frac{r}{R} - \ln\left(1 + \frac{r}{R}\right)$$ se găseşte $\frac{r}{R} \cong 10$

şi $r \cong 10 \cdot 10^{-15}$ m.

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

I.27. Interacţiunile nucleare dintre nucleoni sînt interacţiuni de schimb. Aceasta se realizează prin intermediul unei particule virtuale - mezonul π (Yukawa - 1935). Să se determine cu aproximaţie masa de repaus a acestui mezon pe baza relaţiei de nedeterminare a lui Heisenberg, $\Delta E \cdot \Delta t \cong \hbar$ considerînd că interacţiunea nu se manifestă pe distanţe mai mari decît $R \cong 2.10^{-15}$ m - raza de acţiune a forţelor nucleare.

Rezolvare

Mezonul π - particulă virtuală - există numai într-un interval scurt de timp Δt dat de durata necesară pentru a se deplasa cu viteza finită c - viteza luminii - pe o distanţă egală cu raza de acţiune R a forţelor nucleare :

$$\Delta t \cong R/c$$

Masa acestei particule se poate obţine din mărimea nedeterminării energiei ΔE a sistemului în acest interval de timp Δt :

ΔE = energia de repaus a particulei schimbate = $m_\pi c^2$

$$m_\pi = \frac{\Delta E}{c^2} = \frac{\hbar}{\Delta t\, c^2} = \frac{\hbar}{R\, c}$$

$\hbar = 1{,}05.10^{-34}$; $R = 2.10^{-15}$; $c = 3.10^8$ în unit. SI

$$m_\pi = 1{,}8.\ 10^{-28} \text{ kg} \approx 200\ m_e.$$ //

I.28. Momentul electric de cuadrupol nuclear măsurat definit :

$$q_0 = \iiint_{V_n} (3z^2 - r^2)\, \rho_e\, dV \ ; \ V_n \text{- volumul nucleului}$$

care reprezintă o măsură a abaterii de la simetria sferică a nucleului, oferă informaţii asupra formei acestuia precum şi

asupra caracterului forţelor nucleare. a) Să se calculeze această mărime pentru un nucleu elipsoidal de excentricitate ε şi rază pătratică medie r_m în ipoteza unei distribuţii uniforme a sarcinii electrice în nucleu. b) Care este q_o pentru un nucleu perfect sferic ? c) Care este excentricitatea nucleului $^{175}_{71}Lu$ pentru care s-a măsurat $q_e = +5{,}5 \cdot 10^{-24} cm^2$. d) Luînd exemplu tipic deuteronului care are $q_o > 0$, ce se poate spune despre caracterul forţelor nucleare ?

Rezolvare

a) Fie semiaxele elipsodului a, b, c cu a = b (elipsoid de rotaţie în jurul axei z). Atunci în ipoteza ρ_e = constant = Ze/V_n şi $V_n = 4\pi abc/3$ avem că :

$$q_o = \frac{3\,Ze}{4\pi abc} \iiint_{V_n} (3z^2 - x^2 - y^2 - z^2)\, dx\, dy\, dz \quad \text{unde}$$

V_n - volumul elipsoidului de rotaţie

$$x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 = 1 \qquad (a = b).$$

$$I = \iiint_{V_n} (2z^2 - x^2 - y^2)\, dx\, dy\, dz = 2\int_{-c}^{c} z^2 \iint_{P_z} dx\, dy -$$

$$- 2\int_{-a}^{a} x^2 \iint_{P_x} dy\, dz$$

unde P_z - proiecţia în planul xoy a secţiunii în elipsoid pentru $z' = z$ şi în acelaş fel pentru P_x, astfel că $\iint_{P_z} dx\, dy$ este aria acestei secţiuni - o elipsă de semiaxe $a\cdot\left[1 - z^2/c^2\right]^{1/2}$ şi $b\left[1 - z^2/c^2\right]^{1/2}$ astfel că :

$$I = 2\pi ab \int_{-c}^{c} z^2\left(1 - \frac{z^2}{c^2}\right)dz - 2\pi bc \int_{-a}^{a} x^2\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) dx$$

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Efectuînd integrala şi avînd a = b după înlocuirea în expresie obţinem :

$$q_0 = \frac{2}{5} Ze (c^2 - a^2)$$

şi dacă definim excentricitatea $\varepsilon = (c^2 - a^2)/(c^2 + a^2)$ şi $r_m^2 = (c^2 + a^2)/2$ putem scrie în cele din urmă :

$$q_0 = \frac{4}{5} \varepsilon r_m^2 e Z$$

b) Pentru un nucleu sferic $q_0 = 0$ pentru că $\varepsilon = 0$

c) $q_0 = e q_e$

$$\varepsilon = \frac{5}{4} \frac{q_e}{r_m^2 Z} = 0,137$$

unde $Z = 71$; $r_m^2 = (1,5 \cdot A^{1/3} \cdot 10^{-15} \text{ m})^2 =$

$$= 1,5^2 \cdot (175)^{2/3} = 7,04 \cdot 10^{-29} \text{ m}^2$$

d) Forţele nucleare au caracter necentral pentru că ele depind nu numai de distanţa dintre particule dar şi de orientarea spinilor (pentru deuteron cu $q_e > 0$ sarcinile sînt distribuite în lungul axei spinilor)....

BCU IASI \ CENTRAL UNIVERSITY

B I B L I O G R A F I E

1. G.Ioniţă - Fizică nucleară - Litografia Universitatea "Al.I.Cuza" Iaşi 1980
2. I.Kaplan - Nuclear Physics - Ed. Addison- Wesley, London, 1963
3. E.V.Spolski - Fizică atomică, vol.II- Ed.Tehnică, Bucureşti, 1953
4. I.E.Irodov - Culegere de probleme de fizică atomică - Ed. Tehnică, Bucureşti, 1961
5. S.E.Muscalu - Probleme de fizică atomică şi nucleară - Litografia Univ.Bucureşti, 1977
6. D.V.Sivuhin - Sbornik zadaci po obşcemu kursu fiziki, V- Izd.Nauka, Moskva, 1981
7. K.N.Muhin - Fizică nucleară experimentală, vol.I- Ed. Tehnică, Bucureşti, 1981
8. Max Born - Fizică atomică -Ed. ştiinţifică. Bucureşti, 1973
9. A.A.Pinsky - Problems in Physics - Mir Publ., Moscow, 1980
10. I.E.Irodov - Problems in General Physics - Mir.Publ., Moscow, 1981
11. D.Kronin i dr - Sbornik zadaci po fizike s reşeniami - Atomizdat, Moskva, 1975
12. I.M.Popescu - Culegere de probleme de fizică- Ed.Did. şi Pedag. Bucureşti, 1982
13. E.Luca ş.a - Fizică generală - Ed.Did.şi Pedag., Bucureşti, 1981.

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

II. PARTICULE ELEMENTARE

II.1. Pentru fiecare din reacţiile următoare, explicaţi care sînt cele mai rapide interacţiuni prin care acestea se produc, cu respectarea legilor de conservare pentru toate numerele cuantice : B, Q, S, T_z, etc. Dacă reacţia este interzisă de toate interacţiunile, explicaţi de ce ? Folosiţi tabela din anexe.

a) $p \longrightarrow \pi^+ + e^+ + e^-$

b) $\Lambda^0 \longrightarrow p + e^-$

c) $\mu^- \longrightarrow e^- + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$

d) $n + p \longrightarrow \Sigma^+ + \Lambda^0$

e) $p + \bar{p} \longrightarrow \gamma + \gamma$

f) $p + \bar{p} \longrightarrow n + \bar{\Sigma}^0 + K^0$

g) $K^0 \longrightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0 + \pi^0$

Rezolvare

Reacţia a) este interzisă de legea de conservare a numărului cuantic barionic.

Reacţia b) este interzisă de legea de conservare a izospinului.

BCUAIC CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

II.2. . Mezonul pi pozitiv se dezintegrează într-un timp $T = 2,3 \cdot 10^{-8}$ s într-un mezon miu pozitiv şi un neutrono. Se presupune că energia cunatică a acestui mezon este egală cu energia sa de repaus. Care este viteza mezonului şi ce distanţă ar parcurge mezonul înainte de dezintegrare, distanţă văzută de un observator în repaus ?

Rezolvare

$$E = E_o + E_c = 2 E_o$$

$$E = m c^2 = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{E_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 2 E_o$$

deci :

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 2 \qquad \text{de unde} \quad v = \frac{\sqrt{3}}{2} c$$

sau $v_{\mu} = 2,6 \cdot 10^8$ m/s

iar $$T = \frac{T_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 2 \tau \qquad \text{şi} \quad d = 2 T_o v$$

$$d = 2 \cdot 2,3 \cdot 10^{-8} \times 2,6 \cdot 10^8$$

$$d \simeq 13 \text{ m}.$$

II.3. Să se analizeze următoarele reacţii nucleare din punct de vedere al legilor de consrevare pentru numerele cuantice, Q, B, S, T_z şi să se precizeze dacă sînt sau nu posibile.

a) $\pi^- + p \longrightarrow \Sigma^+ + K^-$

b) $K^- + p \longrightarrow \Omega^- + K^+ + K^o$

c) $\Omega^- \longrightarrow \Xi^o + \pi^-$

BCU IASI | CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Rezolvare

a) $\pi^- + p \longrightarrow \Sigma^+ + K^-$

$T_z : -1 + \frac{1}{2} \longrightarrow 1 - \frac{1}{2} \Rightarrow \Delta T_z = 1$

Reacţia nu poate avea loc.

b) $K^- + p \longrightarrow \Omega^- + K^+ + K^0$

$T_z : -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \longrightarrow 0 + \frac{1}{2} + (-\frac{1}{2}) \Rightarrow \Delta T_z = 0$

Reacţia poate avea loc.

c) $\Omega^- \longrightarrow \Xi^0 + \pi^-$

$T_z : 0 \longrightarrow \frac{1}{2} - 1 \Rightarrow \Delta T_z = -\frac{1}{2}$

Reacţia poate avea loc.

In mod analog se verifică şi pentru celelalte numere cuantice.

13

II.4. Folosind formula lui Gell- Mann şi luînd în consideraţie valorile posibile pentru numerele cuantice B, T_z şi S, să se găsească pe cale teoretică noi hiperioni şi mezoni singleţi.

Rezolvare

$$Q = T_z + \frac{B}{2} + \frac{S}{2}$$

hiperioni : $B = 1$; $T_z = 0$

Pentru : $Q = 1$; $S = 1$ particulele : Z^+ şi X^+

Pentru : $Q = -1$; $S = -3$ particula Ω^-

mezoni : $B = 0$

$$\left.\begin{array}{l} \text{Pentru: } Q = 1 ;\ S = 2 \text{ particula } \omega^+ \\ \text{Pentru: } Q = -1;\ S = -2 \text{ particula } \omega^- \end{array}\right\} T_z = 0$$

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

II.5. Să se determine sarcinile componentelor rezonanței $N^{*}_{3/2^-\ 3/2^+}$ știind că spinul izotopic este $T = \frac{3}{2}$, sarcina barionică $B = 1$ și stranietatea $S = 0$.

Rezolvare

Se utilizează formula lui Gell-Mann

$$Q = T_3 + \frac{B + S}{2}$$

$$Q_1 = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2$$

$$Q_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$Q_3 = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$$

$$Q_4 = -\frac{3}{2} + \frac{1}{2} = -1$$

II.6. Descrieți fiecare dintre barionii și mezonii din tabelul următor (vezi anexele) printr-o combinație de 3 quarcuri care conduc la numerele cuantice corecte pentru acești barioni și mezoni. După modelul quark-urilor barionii sînt constituiți din 3 quarc-uri, iar mezonii sînt formați dintr-o pereche quark - antiquark.

Proprietățile quark-urilor u, b și s

quark	Q	B	T	T_z	S
u	+ 2/3	1/3	1/2	+ 1/2	0
b	- 1/3	1/3	1/2	1/2	0
s	- 1/3	1/3	1/2	0	- 1
$\bar{u}$	- 2/3	- 1/3	1/2	- 1/2	0
$\bar{b}$	+ 1/3	- 1/3	1/2	+ 1/2	0
$\bar{s}$	+ 1/3	- 1/3	1/2	0	1

BCU Cluj / Central University Library

Rezolvare

De exemplu structura unor mezoni şi barioni este următoarea :

$p(u, u, b)$ $\quad\quad$ $\Lambda^0(u, b, s)$

$n(u, b, b)$ $\quad\quad$ $\Sigma^+(u, u, s)$

$\Xi^+(b, s, s)$

$\Delta^{++}(u, u, u)$

$\Omega^-(s, s, s)$

II.7. Folosind principiul de imprecizie a lui Heisemberg, apreciaţi care ar fi energia cinetică a unui electron care s-ar afla într-un nucleu de rază R. Să se tragă concluzii asupra modelului protono- electronic pentru nucleul atomic.

Rezolvare

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \sim \hbar$$

iar $R = r_0 A^{1/3}$ unde putem lua $A = 57$ şi $r_0 = 1{,}3 \cdot 10^{-15}$ m

$$\Delta E = c\, \Delta p \simeq \frac{\hbar c}{2R}$$

$$\Delta E = 19{,}75 \text{ MeV}$$

Dar energia medie de legătură a unui nucleon în nucleu este de aproximativ 8 MeV.

Din considerente energetice deci modelul protono-electronic nu concordă cu datele experimentale.

BCU CLUJ CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

II.8. Folosind principiul de imprecizie a lui W.Heisemberg, să se găsească legătura dintre raza de acţiune a forţelor nucleare şi masa mezonilor pi, considerate cuantele cîmpului nuclear de interacţiune între nucleonii din nucleele atomice. Să se estimeze valoarea masei de repaus a pionului.

Rezolvare

Principiul de imprecizie arată că o nerespectare a conservării energiei cu cantitatea : $\Delta E \sim m_{\pi} c^2$ nu este imposibilă, dacă ea nu se produce într-un timp mai lung decît Δt, unde :

$$\Delta t \sim \frac{\hbar}{\Delta E}$$

Considerînd că viteza pionilor nu poate fi mai mare decît c, timpul de parcurgere a distanţei de acţiune a forţelor nucleare va fi :

$$\Delta t \sim r' / c$$

unde putem lua $r' \sim 2$ Fermi $\sim 2 \cdot 10^{-15}$ m

Deci :

$$m_{\pi} c^2 \sim \frac{\hbar}{\Delta t} \sim \frac{\hbar c}{r'}$$

Deci :

$$m \sim \frac{\hbar}{r' c}$$

Valoarea masei de repaus a mezonului pi va fi :

$$m_{\pi} \sim \frac{\hbar}{r' c} \sim \frac{10^{-34} \text{ J.s}}{2 \times 10^{-15} \text{ m} \times 3 \times 10^{8} \text{ m/s}} \sim 2 \cdot 10^{-28} \text{ kg}$$

sau

$$m_{\pi} \sim 200 \, m$$

unde m este masa de repaus a electronului a cărei valoarea este

$$m = 0{,}511 \text{ MeV}/c^2$$

II.9. Doi nucleoni interacţionează cu o forţă nucleară pe o distanţă de $r' = 2$ Fermi, în starea în care numărul cuantic pentru momentul cinetic orbital are valoarea maximă $\ell_{max} = 1$.

Care trebuie să fie energia cinetică pentru fiecare nucleon, în sistemul centrului de masă ? Dar energia cinetică totală, în acelaş sistem de referinţă ? Care este energia cinetică a nucleonului incident, în sistemul de referinţă unde nucleonul cu care acesta interacţionează este iniţial în repaus (în ţintă).

Rezolvare

Se cunoaşte că $L = \sqrt{\ell(\ell+1)}\,\hbar$

Dacă $\ell = \ell_{max} = 1$ atunci $L = \sqrt{1(1+1)}\,\hbar = \sqrt{2}\,\hbar$

Dar

$$L \simeq p\,r' \quad \text{sau}$$

$$p \simeq \frac{L}{r'} = \frac{\sqrt{2}\,\hbar}{r'}$$

Energia cinetică pentru fiecare nucleon în S.C.M va fi :

$$E_c = \frac{p^2}{2M} \simeq \frac{2\,\hbar^2}{2M\,r'^2} =$$

$$= \frac{(1{,}5.10^{-34}\ \text{J.s})^2}{1{,}7.10^{-27}\ \text{kg} \times (2 \times 10^{-15}\text{m})^2} = 1{,}6 .10^{-12}\ \text{J} = 10\ \text{MeV}$$

Energia cinetică totală în acelaşi sistem de referinţă va fi :

$$E_t = 2\,E_c \simeq 20\ \text{MeV}$$

Este uşor de arătat că, din cauza că cele două particule care interacţionează cu aceeaşi masă, energia cinetică a uneia, în sistemul de referinţă în care una din ele este iniţial staţionară, este dublul energiei cinetice totale în S.C.M. Astfel energia

cinetică a nucleonului incident este :

$$E_{incident} \cong 2\, E_{totală\ în\ SCM} \cong 40\ MeV.$$

II.10. Discutaţi fiecare din următoarele reacţii nucleare, în funcţie de legile de conservare şi numerele cuantice ale particulelor, indicate în tabele 2 şi 3 din anexe.

a) $\pi^+ + p \longrightarrow p + p + \tilde{n}$

Pentru antineurton, numerele cuantice sînt :

$Q = 0$; $s = -1/2$; $B = -1$ P = impar ; $T = 1/2$; $T_z = 1/2$; $S = 0$.

Cunoscînd numerele cuantice şi pentru celelalte particule se găseşte respectarea legilor de conservare pentru toate numerele cuantice într-o reacţie de interacţiune tare.

b) $\tilde{n} \rightarrow \tilde{p} + e^+ + \nu_e$

In această reacţie se conservă Q, deoarece pentru $\tilde{p}$, $Q = -1$. Se conservă şi numărul cuantic leptonic : $L_{e^-} = -1$ pentru e^+ şi ν_e.

Pentru leptoni paritatea nu este definită, dar nu e semnificativă pentru interacţiuni slabe care implică leptonii.

c) $\Lambda^0 \longrightarrow n + \gamma$

Această reacţie este de interacţiune electromagnetică Dacă $T_z = 0$ pentru Λ^0 şi γ, atunci $T_z = -1/2$ pentru neutron şi reacţia nu poate avea loc pentru că T_z se conservă în interacţiuni electromagnetice.

Datele experimentale confirmă faptul că reacţia c) este interzisă şi constituie unul din motivele pentru care fotonului i s-a atribuit : $T_z = 0$

II.11. Să se găsească paritatea funcţiei de undă ce caracterizează starea unui nucleon cu mişcare orbitală corespunzătoare numărului cuantic orbital "ℓ".

Rezolvare

Pentru un nucleon izolat, a cărui mişcare este caracterizată prin numărul cuantic orbital "ℓ", paritatea este determinată de valoarea pară sau impară a acestuia.

Partea unghiulară a funcţiei de undă nucleonice este dată de mărimea $Y_{\ell,m}$, care, pînă la un factor constant, este de forma $P_\ell^m(\cos\theta)\, e^{im\varphi}$. Prin inversiune, în coordonate sferice are loc transformarea :

$$r \longrightarrow r;\quad \theta \to \pi - \theta\ ;\quad \varphi \to \varphi + \pi$$

La înlocuirea unghiului φ prin $\varphi + \pi$, factorul $e^{im\varphi}$ se înmulţeşte cu $(-1)^m$, iar la înlocuirea unghiului θ cu $\pi - \theta$, funcţia $P_\ell^m(\cos\theta)$ trece în $P_\ell^m(-\cos\theta) = (-1)^{\ell-m} \cdot P_\ell^m(\cos\theta)$. Astfel întreaga parte unghiulară a funcţiei de undă se înmulţeşte cu $(-1)^\ell$, îndependent de m :

$$Y_{l,m}(\pi + \ell, \pi - \theta) = (-1)^\ell \cdot Y_{\ell,m}(\varphi, \theta)$$

Partea radială a funcţiei de undă rămîne neschimbată. Rezultă deci că paritatea funcţiei de undă ce caracterizează starea unui nucleon, cu mişcarea orbitală corespunzătoare numărului cuantic orbital "ℓ" este

$$P = (-1)^\ell$$

Stările cu "ℓ" par au paritatea pară, iar cele cu ℓ impar au paritate impară.

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

II.12. Să se determine energia cinetică şi viteza unui electron cu energia totală $E = 5$ MeV.

Rezolvare

Energia cinetică, E_c, a electronului va fi :

$$E_c = E - E_o$$

Dar : $E_o = m_o c^2 = 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 9 \cdot 10^{16}$ J.

$E_o = 8{,}19 \cdot 10^{-14}$ J $= 0{,}51$ MeV

Deci : $E_c = 5 - 0{,}51 = 4{,}49$ MeV

Din relaţiile :

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$E = m c^2$ şi $E_o = m_o c^2$ găsim relaţia :

$$v/c = \sqrt{1 - (E_o/E)^2} \simeq 0{,}99$$

deci viteza electronului va fi :

$$v \simeq 0{,}99\ c \simeq 2{,}97 \cdot 10^8 \text{ m/s}.$$

II.13. Un mezon pi încărcat are o energie cinetică egală cu $E_c = 7\ m_o c^2$ şi o durată medie de viaţă în sistemul laboratorului $T = 1{,}8 \cdot 10^{-7}$ s. Să se găsească timpul mediu de viaţă, T, în sistemul de coordonate propriu al particulei.

Rezolvare

$$T = \frac{T_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{deci} \quad T_o = T\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad \text{şi}$$

$E = E_c + m_{o\pi} c^2$ deci :

BCU IAŞI CENTRUL UNIVERSITAR LIBRARY

$$E_c = \sqrt{p^2 c^2 + m_o^2 c^4} - m_o c^2$$

$$E_c = \sqrt{\frac{m_o^2 v^2 c^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} + m_o^2 c^4} - m_o c^2 = 7\, m_o c^2$$

de unde

$$\frac{c^2}{c^2 - v^2} = 64 \qquad \text{deci} \qquad v^2 = \frac{63}{64} c^2$$

iar

$$T_o = 1{,}8 \cdot 10^{-7} \sqrt{1 - \frac{63}{64}}$$

$$T_o \simeq 2{,}2 \cdot 10^{-8} \text{ s.}$$

II.14. Analiza fotografiilor obţinute la camera cu bule pune în evidenţă crearea de perechi electron-pozitron la trecerea fotonilor prin cameră. Electronul şi pozitronul au traiectorii cu curburi opuse într-un cîmp de inducţie $B = 0{,}2$ T(Weber/m^2), raza de curbură fiind $r = 2{,}5 \cdot 10^{-2}$ m.

Care a fost energia şi lungimea de undă a fotonului care a generat perechea electron-pozitron.

Rezolvare

Impulsul electronului va fi :

$$p = e\, B\, r = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 2 \cdot 10^{-1} \text{ T} \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-2} \text{ m} =$$

$$= 8 \cdot 10^{-22} \text{ kg m/s}$$

Energia totală relativistă a electronului este

$$E_{e^-}^2 = c^2 p^2 + (m_o c^2)^2$$

Dar

$$m_o c^2 = 0{,}51 \text{ MeV}$$

BCU IAŞI - CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

şi $p\,c = 3.\,10^{-22}$ kg m/s . 3.10^{8} m/s = 2,4 $.10^{-13}$ Joule

$p\,c$ = 1,5 MeV şi deci :

$$E^2_{e^-} = (1,5\ \text{MeV})^2 + (0,51\ \text{MeV})^2 \; ; \quad E_{e^-} = 1,6\ \text{MeV}$$

Energia totală relativistă a pozitronului va avea aceeaşi valoare şi deci fotonul va avea energia :

$$h\nu = E_{e^-} + E_{e^+} \simeq 3,2\ \text{MeV}$$

Deoarece pentru energia fotonului : $E = h\nu = h\,c/\lambda$, de unde

$$\lambda = \frac{h\,c}{E} = 3,9\ .10^{-13}\ \text{m} = 0,0039\ \text{Å}.$$

II.15. Viaţa medie a unui mezon $\pi^{\pm}$ este de 2.10^{-8} s. Deci cu mezoni de viteze $v \simeq 0,99\ c$ ar trebui să se obţină parcursuri medii $\langle l \rangle = 3.10^{8}.\ 2.10^{-8} = 6$ m.

Experimental se constată că parcursurile efective sînt mai mari. De ce ?

Rezolvare

Fie K_0 un sistem legat de mezonul $\pi^{\pm}$

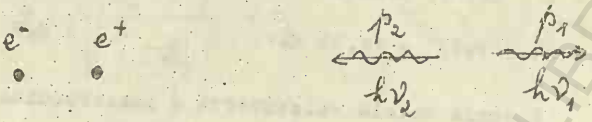
Fie K un sistem legat de observator

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} = 1,25\ .10^{-7}\ \text{s}$$

In sistemul observatorului, $\langle l \rangle = 37,5$ m unde are loc experienţa (în sistemul observatorului).

BCU IASI | CENTRUL UNIVERSITY LIBRARY

II.16. Figura următoare reprezintă procesul de anihilare a perechii electron-pozitron



înainte după

în sistemul S, cu producerea a doi fotoni. Perechea electron-pozitron este în repaus, iar cei doi fotoni de anihilare se mişcă după axa ox.

a) Să se găsească lungimea de undă a acestor fotoni, m_0 fiind masa de repaus a electronului sau pozitronului,

b) Se consideră acelaşi eveniment de anihilare a perechii electron-pozitron observat din sistemul S' care se mişcă cu viteza "v" spre stînga.

Ce lungimea de undă va înregistra un observator, legat de S', pentru fotonii de anihilare ?

Rezolvare

a) Pentru cei doi fotoni $p_1 = p_2$ şi $h\nu_1 = h\nu_2$.

Din relaţiile : $h\nu = m_0 c^2$ şi $p = \frac{E}{c}$ se obţine :

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{m_0 c^2}{c} = m_0 c$$

Din relaţia : $p = \frac{h}{\lambda}$ avem : $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m_0 c}$

Urmează că în sistemul de referinţă S în care perechea electron-pozitron este în repaus, fiecare foton are aceeaşi lungime de undă : $\lambda = \frac{h}{m_0 c}$

BCU IAŞI - CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

b) Se scrie legea de conservare a energiei în procesul de anihilare a perechii electron-pozitron cu producerea a doi fotoni, în sistemul de referinţă S :

$$m c^2 + m c^2 = h\nu_1 + h\nu_2$$

unde

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Dar $E = h\nu = p c$ deci :

$$2 m c^2 = p_1' c + p_2' c \qquad (1)$$

Perechea electron-pozitron se mişcă cu viteza "v" de-a-lungul axei ox' .

Impulsul iniţial va fi $2 m v$ şi nu zero ca mai înainte. Conservarea impulsului ne permitem să scriem :

$$2 m v = p_1' - p_2' \qquad (2)$$

căci fotonii de mişcă în direcţii opuse de-a-lungul axei ox' . Înmulţind relaţia (2) cu "c" şi adunînd-o la relaţia (1) se obţine :

$$p_1' = m(c + v) = \frac{m_0(c+v)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = m_0 c \sqrt{\frac{c + v}{c - v}}$$

Dar:

$$p_1 = \frac{h}{\lambda_1} \text{ , aşa că :}$$

$$\lambda_1' = \frac{h}{p_1'} = \frac{h}{m_0 c} \sqrt{\frac{c - v}{c + v}} = \lambda \sqrt{\frac{c - v}{c + v}}$$

În mod similar scăzînd (2) din (1) se obţine :

$$\lambda_2' = \frac{h}{p_2'} = \frac{h}{m_0 c} \sqrt{\frac{c + v}{c - v}} = \lambda \sqrt{\frac{c + v}{c - v}}$$

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

III. FORTE NUCLEARE. MODELE NUCLEARE

III.1. Scrieţi ecuaţia de undă, relativistă, pentru mezonii pi şi arătaţi cum se poate obţine potenţialul Yukawa : $V(r) = - g^2 \frac{e^{- r/r'}}{r}$ din această ecuaţie. Interpretaţi rezultatul obţinut.

Rezolvare

Plecînd de la relaţia : $E^2 = c^2 p^2 + m_\pi^2 c^4$ unde $p^2 = p_x^2 + p_y^2 + p_z^2$ şi introducînd operatorii

$$E \longrightarrow i \hbar \frac{\partial}{\partial t} \; ; \; p_x \longrightarrow i \hbar \frac{\partial}{\partial x} \; ; \; p_y \longrightarrow i \hbar \frac{\partial}{\partial y} ; \; p_z \longrightarrow i \hbar \frac{\partial}{\partial z}$$

care se aplică apoi funcţiei de undă ψ , se obţine ecuaţia :

$$- \hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} = - c^2 \hbar^2 \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) + m_\pi^2 c^4$$

sau ecuaţia :

$$\nabla^2 \psi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \frac{m_\pi^2 c^4}{\hbar^2} \psi$$

numită ecuaţia Klein-Gordon, care are un rol important în electrodinamica cuantică a bozonilor.

Pentru $m_\pi = 0$ ea se reduce la ecuaţia clasică :

$\nabla^2 \psi = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$ pentru fotoni.

Ecuaţia de undă clasică are o soluţie statică de forma

$$\psi = - \frac{e^2}{4 \pi \varepsilon_0} \frac{1}{r}$$

care poate fi verificată prin substituţie, folosind relaţia :

$$\nabla^2 \psi = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr}\left(r^2 \frac{d\psi}{dr}\right) \quad \text{pentru} \quad \psi = \psi(r).$$

Pentru $m_\pi \neq 0$ ecuaţia Klein-Gordon are o soluţie de forma :

$$\psi = -g^2 \frac{e^{-r/r'}}{r}$$

unde

$$r' = \frac{\hbar}{m_\pi c}$$

se poate verifica uşor prin substituţie.

Rezultatul obţinut arată scăderea rapidă a potenţialului nuclear , odată cu creşterea lui r şi deci raza mică de acţiune a forţelor nucleare.

III.2. Folosind modelul în pături pentru nucleul atomic, estimaţi momentul electric de cuadrupol q al nucleului de $^{123}_{51}Sb$ şi comparaţi rezultatul cu valorile prezentate în figura 3 (din anexe).

Rezolvare

Conform modelului în pături, distribuţia sarcinii electrice a acestui nucleu se face în cadrul unui miez nuclear , cu simetrie sferică (care include subpăturile complete de protoni), plus o subpătură $1g_{9/2}$, cu un singur proton impar. Cum momentul cinetic al acestui proton este mare ($\ell = 4$) putem aproxima că el se deplasează pe o orbită Bohr de rază r'. Miezul sferic nu contribuie la momentul electric de cuadrupol q. Astfel pentru momentul q se poate scrie relaţia :

$$q = \int \rho(3z^2 - (x^2 + y^2 + z^2))\, d\tau$$

unde ρ este densitatea de sarcină în cazul unei distribuţii uniforme pe o orbită de rază r' într-un plan perpendicular pe axa oz. Acest ρ este zero cu excepţia punctelor unde $x^2+y^2=r'^2$ şi $z=0$. Astfel că :

$$q \simeq \int \rho [-r'^2]\, d\tau = -r'^2 \int \rho\, d\tau$$

Limitele integralei sînt pînă la orbita de rază r' care conţine sarcina unui singur proton, iar ρ este măsurată în unităţi elementare de sarcină.

In modelul propus rezultatul pe care-l obţinem este : $q \simeq -r'^2$. Din figura 3- (din anexe) se vede că valoarea lui q pentru acest nucleu. este :

$$q \simeq -0{,}0\ Z\ r'^2 \simeq -0{,}09 \times 51\ r'^2$$

$$q \simeq -5\ r'^2$$

Valoarea pentru q este deci de cinci ori mai mare decît rezultatul obţinut pe baza modelului în pături.

Rezultate mai bune, concordante cu datele experimentale se obţin pe baza modelului generalizat pentru nucleul atomic.

III.3. Să se calculeze forţele electrostatice şi cele gravitaţionale care se exercită între doi protoni care se află la o distanţă, unul de celălalt (în vid), egală cu 10^{-15} m. Să se interpreteze rezultatele obţinute.

Rezolvare

Pentru protoni : $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

$m_p = 1{,}6 \cdot 10^{-27}$ kg

$\varepsilon_o = 8{,}8 \cdot 10^{-12}$ Farazi/m

$$F_e = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_o r^2} \simeq 2{,}31 \cdot 10^2 \text{ N}$$

iar

$$F_g = f \cdot \frac{m_p^2}{r^2} \simeq 1{,}7 \cdot 10^{-34} \text{ N}$$

unde $f = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$

Rezultatul obţinut conduce la concluzia că în interacţiunea dintre particule, forţele gravitaţionale pot fi neglijate în comparaţie cu cele electromagnetice.

III.4. Să se calculeze energiile de legătură pentru perechea de nuclee oglindă $_1^3H$ şi $_2^3He$ şi să se tragă concluziile referitoare la independenţa de sarcină a forţelor nucleare.

Rezolvare

Cele mai simple nuclee oglindă sînt $_1^3H$ şi $_2^3He$. Primul avînd 1 proton şi 2 neutroni are două legături (n-p) şi o legătură (n-n).

$_2^3He$ avînd doi protoni şi un neutron are două legături (n-p) şi o legătură (p-p). Calculînd energia de legătură pentru cele două nuclee se găseşte :

$$E_{leg}(_1^3H) = 8{,}482 \text{ MeV} \; ; \quad E_{leg}(_2^3He) = 7{,}711 \text{ MeV}$$

Diferenţa dintre energiile de legătură 0,771 MeV, este mică în comparaţie cu fiecare dintre energiile de legătură ale celor două nuclee, aşa încît forţa de interacţiune între (n-n) în $_1^3H$ nu este mult diferită de forţa de interacţiune existentă în legătura (p-p) în $_2^3He$.

Mica diferenţă între energiile de legătură a celor două nuclee este atribuită respingerii coulombiene între cei doi

protoni din $_2^3He$ în timp ce în $_1^3H$ nu există o asemenea forţă de respingere, motiv pentru care şi energia de legătură este mai mare.

Dacă nucleul de $_2^3He$ se consideră o sferă de rază R energia ei coulombiană este $E = \frac{6}{5}\frac{e^2}{R} \approx 0{,}771$ MeV.

Din această relaţie se găseşte $R = 2{,}24 \cdot 10^{-13}$ cm, care este o valoare posibilă pentru raza unui nucleu uşor ca $_2^3He$.

Astfel ipoteza că forţa de interacţiune între perechea (n-n) în $_1^3H$ este egală cu forţa de interacţiune între perechea (p-p) din $_1^3He$ este suficient verificată.

III.5. Folosiţi formula semiempirică a lui Weizsacker obţinută pe baza modelului picătură pentru nucleu, pentru a calcula energia de legătură rămasă disponibilă, dacă un nucleu de $^{235}_{92}U$ captureaza un neutron.

Rezolvare

Energia de legătură este :

$$E_{leg} = \left\{\left[M_{92,235} + M_{0,1}\right] - \left[M_{92,236}\right]\right\} c^2$$

$$E_{leg} = \left\{\left[-a_1(235) + a_2(235)^{2/3} + a_3\frac{92^2}{(235)^{1/3}} + a_4\frac{(92-235/2)^2}{235}\right] - \right.$$

$$\left. - \left[-a_1(236) + a_2(236)^{2/3} + a_3\frac{(92)^2}{(236)^{1/3}} + a_4\frac{(92-236/2)^2}{236} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{r_5}{(236)^{1/2}}\right]\right\} c^2 = \left\{\left[a_1 - a_2(236)^{2/3} - (235)^{2/3}\right] + \right.$$

$$+ a_3(92)^2\left[\frac{1}{(235)^{1/3}} - \frac{1}{(236)^{1/3}}\right] - a_4\left[\frac{(26,0)^2}{236} - \frac{(25,5)^2}{235}\right] +$$

$$\left. + \frac{a_5}{(236)^{1/2}}\right\} c^2 = \left\{0{,}0169 - 0{,}0191 \times 0{,}11 + 0{,}00076 \times 1{,}9 \right.$$

$$\left. - 0{,}1018 \times 0{,}097 + 0{,}012 \times 0{,}065\right\} c^2 =$$

$$= \{0,0169 - 0,0021 + 0,0014 - 0,0099 + 0,0008\} c^2$$

$$E_{leg} = \{0,0071\ u\}\, c^2 = 6,6 \text{ MeV}.$$

Acesta este energia care induce fisiunea nucleului de $^{236}_{92}U$ în urma capturării unui neutron .

S-au folosit datele :

$$1\ u \times c^2 = 931,5 \text{ MeV}$$

$$a_1 = 0,1691\ u$$

$$a_2 = 0,01911\ u$$

$$a_3 = 0,000763\ u$$

$$a_4 = 0,10175\ u$$

$$a_5 = 0,012$$

III.6. Folosiţi energia fermi pentru un nucleu [illegible] pentru a determina adîncimea gropii de potenţial nuclear.

Rezolvare

Energia Fermi se scrie :

$$F = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2M} \left(\frac{3}{\pi} \rho\right)^{2/3}$$

unde M este masa nucleonului şi ρ densitatea nucleonilor.

Se consideră că neutronii din nucleu alcătuiesc un gaz distribuit uniform într-o sferă de rază :

$$r \approx r_0 A^{1/3}$$

Pentru un nucleon greu (de ex : $^{235}_{92}U$ numărul N de neutroni este:

$$N \quad 0,60\ A$$

atunci

$$\rho \approx \frac{N}{\frac{4}{3}\pi r_0^3 A}$$

de unde :

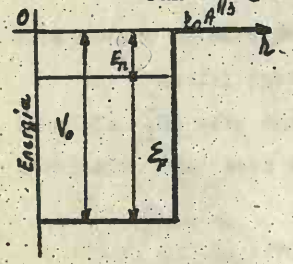
$$\rho \approx \frac{0,60\ A}{1,33\ \pi r_0^3 A} \approx \frac{0,45}{\pi r_0^3}$$

şi energia Fermi va fi :

$$\mathcal{E}_F \simeq \frac{\pi^2 \hbar^2 (0,26)}{2 M r_0^2}$$

Considerînd $r_0 \simeq 1,1$ F ; (1 F = 10^{-15} m) se găseşte :

$$\mathcal{E}_F = 43 \text{ MeV}.$$



Cum energia medie de legătură pentru un neutron este $E_n \simeq 7$ MeV relaţia între V_0, energia Fermi $\mathcal{E}_F$ şi energia de legătură a neutronului, E_n, este arătată în figură.

$$V_0 = \mathcal{E}_F + E_n \simeq 43 \text{ MeV} + 7 \text{ MeV}$$

$$V_0 \simeq 50 \text{ MeV}.$$

Un rezultat similar se obţine pentru cazul protonilor distribuiţi în groapa de potenţial şi alcătuid un gaz Fermi.

Bineînţeles, în cazul protonilor trebuie să se ţină seama de potenţialul coulombian existent datorită sarcinilor protonilor din nucleu.

III.7. Folosiţi figura (2) din anexe pentru a stabili primele patru numere magice, pentru nucleele în care curba de potenţial nuclear este în formă de groapă pătratică cu marginile rotunjite.

a) In ipoteza că nu există interacţiune spin-orbită,

b) In ipoteza că există o puternică interacţiune spin-orbită.

Rezolvare

a) Dacă nu există interacţiune spin-orbită atunci nivelurile de energie ale nucleonului sînt cele arătate în partea stîngă a figurii (2). Amintim că numărul maxim de nucleoni pe un

nivel (sau capacitatea nivelului) este $2(2\ell + 1)$ şi că s, p, d, f, g corespund valorilor ℓ : 0,1,2,3,4.

Deci primele niveluri şi capacităţile lor sînt în ordinea creşterii energiei: 1s, are capacitatea 2, 1p, capacitatea 6 ş.a.m.d.

Primul număr magic va fi numărul de nucleoni necesar pentru a umple primul nivel, adică 2. Următorul număr magic va fi numărul de nucleoni necesar pentru a umple primele 2 niveluri adică 2 + 6 = 8.

Dacă al treilea şi al patrulea nivel sînt foarte apropiate ca energie, aşa cum se arată în figură, următorul număr magic va fi numărul de nucleoni necesar pentru a umple primele 4 niveluri, adică : 2 + 6 + 10 + 2 = 20.

Pînă acum aceste numere magice sînt în acord cu numerele magice observate : 2, 8, 10, 28, 50, 82, 126.

Următorul număr magic prezis în absenţa interacţiunii spin-orbită va fi totalul numărului de nucleoni necesari pentru a umple primele 5 sau primele 6 niveluri, depinzînd de faptul dacă nivelul 5 şi 6 se consideră sau nu foarte apropiate ca energie.

Cele două posibilităţi sînt :

2 + 6 + 10 + 2 + 14 = 34 sau

2 + 6 + 10 + 2 + 14 + 6 = 40

Amîndouă posibilităţile sînt în dezacord cu numărul magic observat. Un raţionament similar arată dezacordul şi pentru celelalte niveluri cu numere magice mai mari şi de asemenea că nu există un mod de a înlătura dezacordul prin rearanjarea nivelurilor de energie ale nucleonilor, în absenţa interacţiunii spin-orbită.

b) Dacă există o interacţiune puternică spin-orbită atunci nivelurile de nucleoni sînt despicate cum se arată în partea dreaptă a figurii 2. Figura arată capacitatea $(2j + 1)$ a fiecărui nivel precum şi suma $\sum (2j + 1)$ a capacităţii tuturor nivelurilor de energie mai joasă.

Interacţiunea spin-orbită nu schimbă primele trei numere magice : 2,8,20 după cum se arată în figura 2 din anexe, aşa că se menţine acordul cu observaţia. Despicarea spin-orbită menţine acordul pentru numerele magice mai mari.

De exemplu, interacţiunea spin-orbită despică nivelul $1f$ în nivelurile $1f_{7/2}$, a cărui energie este micşorată şi nivelul $1f_{5/2}$ a cărui energie este mărită. Deoarece capacitatea lui $1f_{7/2}$ este $(2j+1) = 2\frac{7}{2} + 1 = 8$, numărul magic după 20 este prezis a fi $20 + 8 = 28$, conform cu observaţia.

Numărul magic 50 se obţine fiindcă nivelul $1g_{9/2}$ cu o capacitate de $2\frac{9}{2} + 1 = 10$ pierde din energie şi se apropie de nivelul $2p$. Deoarece numărul total de nucleoni care umple nivelurile pînă la $2p$ inclusiv, este 40, numărul total de nucleoni care umple nivelurile pînă la $1g_{9/2}$ inclusiv va fi : $40 + 10 = 50$.

Un raţionament similar se poate face şi pentru celelalte numere magice mai mari.

Menţionăm faptul că despicarea spin-orbită creşte odată cu creşterea lui "ℓ", fapt care joacă un rol important în stabilirea acordului cu rezultatele experimentale.

BCU IAŞI CENTRALA UNIVERSITARĂ

~~IV.8.~~ Folosiţi figura 2 din anexe şi principiul de excluziune a lui Pauli pentru a stabili stările spinoriale fundamentale pentru următoarele nuclee : $^{17}_{8}O$, $^{38}_{19}K$, şi $^{209}_{83}Bi$.

Rezolvare

a) Nucleul $^{17}_{8}O$ nu este dublu magic deoarece există un neutron în plus în subnivelul 1 $d_{5/2}$. El trebuie să aibă $i = j = 5/2$ în acord cu datele experimentale.

b) Figura 2 arată că nucleul de $^{38}_{19}K$ nu este magic, deoarece este lipsă un proton în subnivelul 1 $d_{3/2}$, aşa că el ar trebui să aibă $i = j = 3/2$. Datele experimentale arată că aceste valori sînt corecte.

c) Figura 2 din anexă prezice ca nucleul $^{209}_{83}Bi$ nu este dublu magic deoarece există un proton în plus în subnivelul 1 $h_{9/2}$. Astfel spinul lui ar trebui să fie $i = j = 9/2$, fapt care este în acord cu măsurătorile.

~~IV.9.~~ Evaluaţi stările spinoriale fundamentale şi paritatea pentru următoarele nuclee : $^{16}_{8}O$, $^{17}_{8}O$, $^{18}_{8}O$, $^{15}_{7}N$ şi $^{14}_{7}N$.

Rezolvare

a) Nucleul $^{16}_{8}O$ este dublu magic avînd $N = Z = 8$. El are 2 neutroni în subnivelul 1 $s_{1/2}$ care se cuplează într-o pereche pentru a da momentul cinetic total zero. Ambii neutroni sînt descrişi de funcţii de undă pare deoarece $\ell = 0$, astfel încît contribuţia lor la funcţia de undă produs pentru nucleu este pară.

Există patru neutroni în subnivelul 1 $p_{3/2}$ care se cuplează în 2 perechi, amîndouă au moment cinetic total zero. Toţi cei 4 neutroni sînt descrişi de funcţii impare, căci $\ell = 1$;

dar produsul celor 4 funcţii impare dau o funcţie pară, astfel că contribuţia lor în funcţia de undă produs este de asemenea pară.

Există 2 neutroni în subnivelul $1p_{1/2}$ care formează perechea cu momentul zero. Ei contribuie la funcţia de paritate produs pentru nucleu cu 2 funcţii impare astfel că contribuţia lor la funcţia de produs este de asemenea pară. Acelaşi raţionament se aplică şi protonilor.

Rezultă că pentru $^{16}_{8}O$ spinul este zero şi funcţia de paritate este pară.

b) $^{17}_{8}O$ este un nucleu cu Z par şi N impar. Neutronii şi protonii săi se compartă la fel ca neutronii şi protonii din $^{16}_{8}O$, excepţînd faptul că $^{17}_{8}O$ are un neutron nepereche în plus în subnivelul $1d_{5/2}$. Acest lucru dă pentru nucleu un spin $i = 5/2$. Paritatea funcţiei pentru neutronul nepereche este pară, deoarece $\ell = 2$ aşa că funcţia de paritatea pentru nucleu este tot pară.

c) $^{18}_{8}O$ are Z şi N pare. Spinul este $i = 0$ şi funcţia de paritate pară. Acest fapt se justifică pentru că există 2 neutroni în subnivelul $1d_{5/2}$ care formează o pereche de moment cinetic total zero şi amîndoi neutronii au paritatea pară.

d) Nucleul de $^{15}_{7}N$ are Z impar şi N par. Neutronii şi protonii lui se comportă ca şi în cazul $^{16}_{8}O$, exceptînd faptul că are un proton nepereche în plus în subnivelul $1p_{1/2}$. Acest proton impar dă nucleului un spin $i = 1/2$. Intrucît funcţia pentru proton este impară, deoarece $\ell = 1$, paritatea nucleului este impară.

e) Nucleul de $^{14}_{7}N$ are Z şi N impare. El are un proton nepereche în subnivelul $1p_{1/2}$ şi de asemenea un neutron nepereche în subnivelul $1p_{1/2}$. Amîndoi nucleonii au număr

cuantic pentru momentul cinetic total $j = \frac{1}{2}$. Nu putem spune exact care va fi spinul nuclear, fără a şti cum îşi cuplează aceste 2 particule diferite, momentele lor cinetice. Putem spune însă că există doar două posibilităţi pentru spinii nucleari : $i = 0$ sau $i = 1$. Experienţa arată că $i = 1$ este valoarea corectă.

Putem afirma cu siguranţă că paritatea nucleară va fi pară deoarece protonul nepereche şi neutronul nepereche contribuie cu o funcţie impară la funcţia produs a nucleului şi produsul celor două funcţii impare este o funcţie pară.

B I B L I O G R A F I E

1. W.Smith : Problems in modern physics, 1970
2. T.Beşliu, A.Mihul : Probleme de fizica particulelor elementare la energii înalte, Bucureşti, Ed.tehnică, 1971
3. I.Irodov : Problems in general physics, Moscova, 1981
4. I.Kaplan : Nuclear physics. Addison-Wesley, Publishing Company, 19
5. P.Marmier, E. Scheldon : Physics of nuclei and particles, Academic Press, New-York- London
6. R.Eisberg, R.Risnick - Quantum physics, John Wiley § Sons, Inc, New-York, London, 1974.

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

IV. RADIOACTIVITATEA

IV.1. O metodă de obţinere a unor izotopi beta-radioactivi este iradierea în flux constant de neutroni obţinuţi din reactorul nuclear. De ce este avantajos acest procedeu ? Care este legea de acumulare a izotopului radioactiv şi care este numărul maxim de radionuclee obţinut în urma iradierii dacă se ştie că rata de formare este n_o iar constanta de dezintegrare este λ ? Să se afle în cazul obţinerii izotopului radioactiv $^{24}_{11}Na$ care are $\lambda = 1{,}28.10^{-5}\ s^{-1}$ şi o rată de formare $n_o = 3{,}85.10^{8}$ radionuclee pe secundă.

Rezolvare

Procedeul este avantajos pentru că nu necesită particule energetice - pentru neutroni nu există barieră de potenţial la bombardarea nucleului. Reacţiile care au loc sînt :

$$ {}^{A}_{Z}X + {}^{1}_{0}n \longrightarrow {}^{A+1}_{Z}X \xrightarrow{\beta} {}^{A+1}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e + \tilde{\nu} $$

Dacă n_o este rata de formare a nucleelor ${}^{A+1}_{Z}X$ atunci bilanţul producere- dezintegrare a acestor radionuclee este :

$$ dN/dt = n_o - \lambda N , $$

de unde prin integrare cu condiţia iniţială $N = 0$ la $t = 0$ obţinem legea de acumulare :

$$ N(t) = n_o[1 - \exp(-\lambda t)]/\lambda $$

Se vede uşor că numărul maxim N_o de radionuclee se obţine din

condiţia $dN/dt = 0$ de unde $N_o = n_o/\lambda$.

In cazul nostru concret s-a bombardat $^{23}_{11}Na$, s-a obţinut radionucleul $^{24}_{11}Na$ care se dezintegrează β^- în $^{24}_{12}Mg$. Avînd $\lambda = 1{,}283.10^{-5}$ s cu o rată de formare $n_o = 3{,}85 \cdot 10^{8}$ s^{-1}, numărul maxim de radionuclee va fi : $N_o = 3.10^{13}$.

IV.2. Într-o experienţă de activare cu neutroni a unei cantităţi m dintr-un element $^{A}_{Z}X$ după un timp t, la o distanţă d mult mai mare decît întinderea sursei, s-au înregistrat cu un contor GM cu fereastră de secţiune s_o într-un timp $t_1 << t$, un număr de N_1 impulsuri. Neglijînd influenţa fondului şi imperfecţiunile contorului să se găsească secţiunea de activare a elementului $^{A}_{Z}X$ dacă se cunoaşte constanta de dezintegrare λ a radiosursei şi fluxul Φ a neutronilor activatori.

$N_o = \frac{m}{A} \cdot N_A$

Rezolvare

Activitatea radionucleelor obţinute prin activare cu rata n_o şi după timpul t este :

$$\Lambda = \lambda N = n_o (1 - e^{-\lambda \cdot t})$$

Dacă secţiunea de activare a procesului este σ atunci avem :

$$n_o = \Phi \cdot N_o \sigma$$

unde N_o - numărul de atomi ţintă este egal cu $m N_{av}/A$. Aşadar activitatea radiosursei β^-, $^{A+1}_{Z}X$ va fi :

$$\Lambda(t) = \Phi \sigma m N_{av} [1 - \exp(-\lambda t)]/A$$

De unde :

$$\sigma = \Lambda A/\Phi m N_{av}[1 - \exp(-\lambda t)]$$ unde Λ din datele problemei, neglijînd influenţa contorului şi mediului este:

$$\Lambda = \frac{N_1}{4\pi} \frac{S_o}{l^2} \cdot \frac{1}{t_1}$$

IV.3. Pentru a obţine izotopul β-radioactiv ^{24}Na ($\lambda = 1,283.10^{-5}$ s) o pastilă presată, subţire, de peroxid Na_2O_2 cîntărind 2 g, de suprafaţă $S = 1\ cm^2$ este supusă activării într-un reactor care prezintă un flux de neutroni termici $\phi = 10^{12}\ m^{-2}\ s^{-1}$. Dacă secţiunea de activare σ pentru ^{23}Na este 0,52 barni iar pebtru oxigen şi ^{24}Na se neglijează, să se găsească activitatea preparatului după un timp $t = 10$ ore de iradiere.

Rezolvare

Conform rezultatelor problemelor precedente activitatea preparatului la un timp t este :

$$\Lambda(t) = n_0 [1 - \exp(-\lambda t)]$$

unde n_0 - numărul de neutroni absorbiţi în pastilă pe întreaga grosime. Dacă atenuarea fluxului pentru un parcurs d este :

$$\Delta\phi = \phi_0 [1 - \exp(-\sigma . d . N_{av} . \rho/A)]$$

atunci

$$n_0 = 2 S \Delta\phi = 2 S \phi_0 [1 - \exp(-2 N_{av} . m . \sigma / A_p . S)]$$

Astfel că activitatea sursei este :

$$\Lambda(t) = 2 S \phi_0 [1 - \exp(-2 . N_{av} . m . \sigma . A_p^{-1} . S^{-1})] [1 - \exp(-\lambda t)]$$

unde A_p este masa moleculară a preparatului $Na_2O_2 = 78$.

(ρ - densitatea de ^{23}Na în pastilă, factorul 2 provine de la faptul că avem iradiere pe ambele feţe ale pastilei).

$$\Lambda(t) = 1,17 .10^6\ s^{-1} = 31,8 .10^{-6}\ \text{Curie}$$

$t = 10$ h.

IV.4. Utilizînd rezultatele problemei (IV.3) să se calculeze care este activitatea limită de acumulare și numărul maxim de radionuclee care se pot acumula, relativ la preparatul dat de peroxid de natriu.

Rezolvare

S-a obținut că activitatea la un moment t este :

$$A(t) = 2S\,\Phi_0\,[1 - \exp(-N_{av}.2.m.\sigma.A_p^{-1}\,S^{-1})]\cdot[1 - \exp(-\lambda t)]$$

Astfel că activitatea limită este obținută pentru un $t \gg T_{1/2}$ $(t \longrightarrow \infty)$

$$A_0(t \longrightarrow \infty) = 2\,S\,\Phi_0[1 - \exp(-2\,N_{av}.m.\sigma.A_p^{-1}\,S^{-1})] =$$

$$= 3{,}18 \cdot 10^{5}\ s^{-1} = 86 \cdot 10^{-6}\ \text{Curie}$$

iar numărul maxim de radionuclee acumulate :

$$n_{c\,max} = \frac{A_0}{\lambda} = 2{,}48 \cdot 10^{11}$$

IV.5. Un radioizotop Y cu constanta de dezintegraze λ_y se obține ca produs de dezintegrare a altui radioizotop X caracaterizat de constanta de dezintegrare λ_x. Dacă preparatul X prezintă inițial activitatea A_0 să se găsească cum evoluează în timp activitatea produselor Y. La ce moment t_0 se atinge maximul activității produselor Y ?

Rezolvare

Bilanțul de producere- dezintegrare a nucleelor Y se poate scrie :

$$d\,N_Y/dt = N_X\,\lambda_X - N_Y\,\lambda_Y$$

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

sau dacă ţinem cont de evoluţia în timp a nucleelor X :

$$N_X(t) = N_o \exp(-\lambda_X t)$$

avem următoarea ecuaţie diferenţială :

$$d N_y/dt + N_y \lambda_y - \lambda_x N_o \exp(-\lambda_x t) = 0$$

cu condiţia iniţială $N_{oy} = 0$ pentru $t = 0$. Rezolvînd :

$$N_y(t) = \exp(-\int \lambda_y dt) \left[c + \lambda_x N_{xo} \int \exp(-\lambda_x t).\exp(\int \lambda_y dt)dt\right]$$

şi efectuînd :

$$N_y(t) = \frac{\lambda_x N_o}{\lambda_y - \lambda_x} \left[\exp(-\lambda_x t) - \exp(-\lambda_y t)\right]$$

şi în activităţi :

$$\Lambda_y(t) = \Lambda_o \frac{\lambda_y}{\lambda_y - \lambda_x} .\left[\exp(-\lambda_x t) - \exp(-\lambda_y t)\right] ,$$

maximul activităţii Λ_y se găseşte din condiţia $d\Lambda_y/dt = 0$

$$-\lambda_x \exp(-\lambda_x t_o) + \lambda_y \exp(-\lambda_y t_o) = 0$$

de unde :

$$t_o = \frac{1}{\lambda_y - \lambda_x} . \ln(\lambda_y / \lambda_x)$$

şi

$$\Lambda_{y\,max} = \Lambda_y(t = t_o) =$$

$$= \Lambda_o \frac{\lambda_y}{\lambda_y - \lambda_x} \left[\left(\frac{\lambda_y}{\lambda_x}\right)^{-\lambda_x/(\lambda_y - \lambda_x)} - \left(\frac{\lambda_y}{\lambda_x}\right)^{-\lambda_y/(\lambda_y' - \lambda_x)} \right]$$

BCU IAŞI CENTRALA UNIVERSITARĂ LIBRARY

IV.6. Avînd în vedere rezultatul problemei precedente să se examineze cazurile cînd :

1^0- $\lambda_x < \lambda_y$ echilibru de regim

2^0- $\lambda_x \ll \lambda_y$ echilibru secular

3^0- $\lambda_x > \lambda_y$:

Rezolvare

1^0- $\lambda_x < \lambda_y \longrightarrow \exp(-\lambda_y t) \ll \exp(-\lambda_x t)$

$$\Lambda_y = \Lambda_0 \frac{\lambda_y}{\lambda_y - \lambda_x} \exp(-\lambda_x t) \quad \text{sau}$$

$$\frac{\Lambda_y}{\Lambda_x} = \frac{\lambda_y}{\lambda_y - \lambda_x}$$ stare de echilibru de regim ($\Lambda_x = \Lambda_0 \exp(-\lambda_x t)$

2^0- $\lambda_x \ll \lambda_y$, ($\Lambda_x \cong \Lambda_0$), $\frac{\Lambda_y}{\Lambda_x} = 1$ stare de echilibru secular

($N_y \cong$ constant)

3^0- $\lambda_x > \lambda_y$ $\Lambda_y = \frac{\lambda_y}{\lambda_x - \lambda_y} \Lambda_0 \exp(-\lambda_y t)$ activitatea produsului Y scade "în pași" de la produsul Y (invers cazul 1^0)

IV.7. Dacă produsul dezintegrării radioizotopului Y de la problema (IV.5) este un izotop stabil Z să se stabilească legea de variație în timp a numărului de nuclee Z. Să se discute și cazurile de la problema (IV.6.)

Rezolvare

Legea de acumulare a izotopului Z este :

$$d N_z/dt = \Lambda_y(t)$$

$N_z(t) = \int \Lambda_y(t)\, dt + c$ cu c din condiţia iniţială

$$N_z(t = 0) = 0$$

$$N_z(t) = \frac{\lambda_y}{\lambda_y - \lambda_x} \cdot \Lambda_o \cdot \left[\frac{1 - \exp(-\lambda_x t)}{\lambda_x} - \frac{1 - \exp(-\lambda_y t)}{\lambda_y} \right]$$

Cazurile indicate în problema (IV.6) dau :

$$\lambda_x < \lambda_y \quad 1^o \quad N_z(t) = \frac{\Lambda_o}{\lambda_x} \cdot \frac{\lambda_y}{\lambda_y - \lambda_x} \cdot \left[1 - \exp(-\lambda_x t) \right]$$

$$\lambda_x \ll \lambda_y \quad 2^o \quad N_z(t) = \lambda_x \cdot t \cong \Lambda_o t$$

$$\lambda_x > \lambda_y \quad 3^o \quad N_z(t) = \frac{\Lambda_o}{\lambda_x - \lambda_y} \left[1 - \exp(-\lambda_y t) \right]$$

IV.8. Dacă produsul Z al dezintegrării radioizotopului Y (vezi problema (IV.5)) este tot radioactiv cu constanta de dezintegrare λ_z, să se găsească relaţiile care pot caracteriza starea de echilibru secular între cei trei radioizotopi. Dar dacă există echilibru secular numai între X şi Y sau Y şi Z ?

Rezolvare

Relaţiile de bilanţ formare- dezintegrare ale lanţului de dezintegrări $X \longrightarrow Y \longrightarrow Z \longrightarrow \ldots$ sînt :

$\Lambda_x = \Lambda_o \exp(-\lambda_x t)$; $d N_y/dt = \Lambda_x - \Lambda_y$; $d N_z/dt = \Lambda_y - \Lambda_z$

- dacă avem echilibru secular între toţi cei trei membri avem că : $d N_y/dt = 0$ şi $d N_z/dt = 0$ astfel că relaţiile sînt :

$$\Lambda_x = \Lambda_y = \Lambda_z$$

- dacă avem echilibru secular între X şi Y avem că :

$$\Lambda_y = \Lambda_x \cong \Lambda_0 \quad \text{şi}$$

$$\Lambda_z \cong \Lambda_0 \cdot \frac{\lambda_z}{\lambda_z - \lambda_x}\left[\exp(-\lambda_x t) - \xi . \exp(-\lambda_z t)\right] \quad \xi \simeq 1.$$

- dacă avem echilibru secular între Y şi Z :

$$\Lambda_x \cong \Lambda_z$$

$$\Lambda_z = \Lambda_0 \cdot \frac{\lambda_y}{\lambda_y - \lambda_x}\left[\exp(-\lambda_x t) - \exp(-\lambda_y t)\right]$$

IV.9. S-a constatat experimental că 80 % din radionucleele ^{228}U suferă dezintegrarea alfa şi 20 % suferă dezintegrarea prin captură K. Să se calculeze constantele parţiale de dezintegrare alfa şi captură K dacă timpul global de înjumătăţire al dezintegrării ^{228}U este $T_{1/2} = 9,3$ min.

Rezolvare.

Considerînd separat cele două dezintegrări, într-un timp Δt mic se dezintegrează respectiv ΔN_α şi ΔN_k nuclee prin dezintegrare alfa şi captură K :

$$\frac{\Delta N_\alpha}{\Delta t} = -\lambda_\alpha N \; ; \quad \frac{\Delta N_k}{\Delta t} = -\lambda_k N$$

în timp ce numărul total de nuclee dezintegrate este :

$$\Delta N = \Delta N_\alpha + \Delta N_k = -(\lambda_\alpha + \lambda_k) N \Delta t = -\lambda N . \Delta t$$

BCU Cluj / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Se vede uşor că avem relaţiile :

$$\lambda_\alpha + \lambda_k = \lambda \quad \text{şi} \quad \frac{\Delta N_\alpha}{\Delta N_k} = \frac{\lambda_\alpha}{\lambda_k}$$

şi este de înţeles că dacă p_α şi p_k sînt ponderile celor două procese atunci avem :

$$\lambda_\alpha / \lambda_k = p_\alpha / p_k$$

Concret în cazul nostru

$$\lambda_\alpha + \lambda_k = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = 1{,}24.10^{-3}\ s^{-1}$$

$$\lambda_\alpha / \lambda_k = 0{,}8/0{,}2 \longrightarrow \lambda_k = 2{,}48.10^{-4}\ s^{-1}$$

$$\lambda_\alpha = 9{,}93.10^{-4}\ s^{-1}$$

IV.10. Rezolvaţi problema (IV.5) în ipoteza că :

$$\lambda_x = \lambda_y = \lambda$$

Rezolvare

La problema IV.5 am găsit că :

$$\Lambda_y(t) = \Lambda_0 \frac{\lambda_y}{\lambda_y - \lambda_x} \left[\exp(-\lambda_x t) - \exp(-\lambda_y t) \right]$$

sau scriind altfel :

$$\Lambda_y(t) = \Lambda_0 \lambda_y \exp(-\lambda_y t) \left[\frac{\exp(-\lambda_x + \lambda_y)t - 1}{\lambda_y - \lambda_x} \right]$$

şi expresia din paranteză se poate scrie:

$$E = \frac{\exp(+xt) - 1}{x} \; ; \; \lim_{x \to 0} E = \frac{d/d_x \left[\exp(+xt) - 1 \right]}{dx/dx} = \frac{t \exp(+xt)}{1} \Big|_{x=0}$$

Astfel că obţinem :

$$\Lambda_y(t) = \Lambda_o \lambda\ t \exp(-\lambda t)$$

t_o - timpul cînd obţinem activitatea maximă este

$$t_o = \lim_{\lambda_y \to \lambda_x} \left[\ln(\lambda_y/\lambda_x) \right] \left[(\lambda_y - \lambda_x)^{-1} \right] =$$

$$= \frac{1/\lambda_y}{1} = \frac{1}{\lambda}$$

şi

$$\Lambda_{y\ max} = \Lambda_y(t = t_o) = \Lambda_o/e$$

IV.11. Intr-o experienţă de determinare a constantei de dezintegrare a radioizotopului ^{56}Mn s-a înregistrat activitatea Λ_i a preparatului la diferite momente t_i.
S-a completat următorul tabel :

t_i(min)	10	25	50	75	100	125	150	175	200	225
Λ_i(s^{-1})	9560	8947	8002	7150	6405	5723	5121	4580	4097	3664

In ipoteza că diferitele măsurători sînt afectate de erori cu aceiaşi pondere, utilizînd metoda celor mai mici pătrate să se verifice legea dezintegrării radioactive :

$$\ln\Lambda = \ln\Lambda_o - \lambda t$$

Să se calculeze constanta de dezintegrare λ a izotopului dat.

Rezolvare

Se calculează sumele :

$$S_{xx} = \sum_i^n t_i^2 - n\,\bar{t}^2; \quad S_{yy} = \sum_i^n (\ln\Lambda_i)^2 - n(\overline{\ln\Lambda})^2$$

BCU IAŞI CENTRALA UNIVERSITY LIBRARY

$$S_{xy} = \sum_{i}^{n} t_i \ln \lambda_i - n\, \bar{t}(\overline{\ln \lambda})$$

unde n- numărul de determinări şi $\bar{t} = \frac{\sum t_i}{n}$; $\overline{\ln \lambda} = \frac{\sum \ln \lambda_i}{n}$

astfel că avînd aceste valori găsim :

$$\lambda = S_{xy}/S_{xx} \qquad \lambda_o = \exp\,(\overline{\ln \lambda} - \lambda \bar{t})$$

şi coeficientul de corelaţie

$$r = S_{xy} / \left[S_{xx}\, S_{yy} \right]^{1/2}$$

In cazul nostru se găseşte : $\bar{t} = 113,5$; $\overline{\ln \lambda} = 8,703$

$S_{xx} = 49402,5$; $S_{xy} = -220,417$; $S_{yy} = 0,9834$

astfel că :

$$\lambda = 4,461 \cdot 10^{-3}\ \text{min}^{-1} \quad \text{şi} \quad r = 0,999$$

$(\ln \lambda_o = 9,21$; $\lambda_o = 9999)$

IV.12. In sîngele unui animal de experienţe se injectează $l_o = 5$ g de soluţie de concentraţie $c = 2\ \%$ de ^{45}CaO. După un timp de o oră un volum $v = 1\ cm^3$ din sîngele animalului prezintă o activitate λ_1 de 150 dez.s^{-1}. Ce volum de sînge are animalul dacă activarea preparatului în ^{49}Ca a fost $\eta = 1/10^{12}$ iar timpul de înjumătăţire a radioizotopului este de 2,5 ore?

Rezolvare

Dacă s-ar fi măsurat activitatea unui cm^3 din sîngele animalului imediat după injectarea preparatului aceasta ar fi fost λ_o/V. După timpul t aceasta este :

$$\lambda_1/v = \lambda_o/V \exp\,(-\ln 2\, t\, /T_{1/2})$$

Dar $\Lambda_0 = N \ln 2 / T_{1/2}$ N - numărul de atomi de ^{49}Ca din preparat la injectare

$$N = \frac{\eta_c \cdot l_c \cdot N_{av}}{100\ A_p}$$ A_p - masa moleculară a CaO

Astfel că :

$$V = v \frac{\Lambda_0}{\Lambda_1} \exp(-\ln 2 \cdot t / T_{1/2})$$

sau

$$V = \frac{\eta_c \cdot l_c \cdot v \ln 2 \cdot N_{av}}{100\ A_p \Lambda_1 \cdot T_{1/2}} \exp(-\ln 2\ t/T_{1/2})$$

După înlocuiri :

$$V = 0{,}366 \text{ litri} \qquad (A_p = 64).$$

IV.13. Serie radioactivă a uraniului începe cu izotopul ^{238}U şi se termină cu izotopul stabil ^{206}Pb. Prin cîte dezintegrări alfa şi beta$^-$ trece un nucleu pentru a ajunge ^{206}Pb ? Ce izotop se produce din ^{238}U prin m = 4 dezintegrări alfa şi n = 2 dezintegrări beta$^-$? In această serie care sînt cantităţile de ^{226}Ra şi ^{222}Rn dintr-un minereu care coexistă în echilibru seculare cu un gram de ^{238}U ? Se cunosc constantele de dezintegrare.

Rezolvare

$$^{238}_{92}U \longrightarrow {}^{206}_{82}Pb + m\ {}^{4}_{2}He + n\ {}^{0}_{-1}\beta$$

$238 - 206 = m.4 \longrightarrow m = (238 - 206)/4 = 8$

$92 - 82 = m.2 - n \longrightarrow n = m.2 - (92-82) = 6$

m = 8 dezintegrări alfa şi n = 6 dezintegrări beta.

$$- \; {}^{238}_{92}U \longrightarrow {}^{A}_{Z}X + m\,{}^{4}_{2}He + n\,{}^{0}_{-1}\beta$$

$Z = 92 + n.1 - m.2 = 86$

$A = 238 - m.4 = 222$ rezultă ${}^{A}_{Z}X = {}^{222}_{86}Rn$

- (vezi problema IV.5) condiţia de echilibru secular este :

$$\lambda_u \cong \lambda_{Ra} \cong \lambda_{Rn}$$ şi se obţine cînd

$$\lambda_u \ll \lambda_{Ra} \ll \lambda_{Rn}$$

şi într-adevăr

$$0{,}49 \cdot 10^{-17}\ s^{-1} \ll 1{,}38 \cdot 10^{-11} \ll 2{,}1 \cdot 10^{-6}\ s$$

Deci :

$$N_{Ra} = \frac{N_u \cdot \lambda_u}{\lambda_{Ra}} \quad \text{şi} \quad N_{Rn} = \frac{N_u \cdot \lambda_u}{\lambda_{Rn}}$$ sau încă pentru că

$$N = \frac{m \cdot N_{av}}{A}$$

$$m_{Ra} = m_u \cdot \frac{A_{Ra}}{A_u} \cdot \frac{\lambda_u}{\lambda_{Ra}} = 3{,}37 \cdot 10^{-3}\ g\ {}^{226}Ra$$

$$m_{Rn} = m_u \cdot \frac{A_{Rn}}{A_u} \cdot \frac{\lambda_u}{\lambda_{Rn}} = 2{,}17 \cdot 10^{-1}\ g\ {}^{222}Rn$$

IV.14. Este necesar să se obţină un preparat cu o activitate specifică $\mathcal{A}_{So} = 10^7$ dez.s^{-1}.$gram^{-1}$. Ce cantitate de Ra D(Pb^{210}) trebuie să conţină o cantitate M = 10 g de Pb^{206} pentru a avea activitatea specifică scontată?
($\lambda_{RaD} = 10^{-9}\ s^{-1}$). Care este activitatea a 2 grame după 1

Rezolvare

Fie acea cantitate m. Avem că aceasta ar avea activitatea

$$\mathcal{A} = N_0 \cdot \lambda_{RaD} = \frac{m \cdot N_{av}}{A_{RaD}} \cdot \lambda_{RaD}$$

şi amestecată cu M ar avea o activitate specifică

$$\mathcal{A}_{So} = \frac{m}{M+m} \cdot \frac{N_{av} \cdot \lambda_{RaD}}{A_{RaD}}$$

de unde

$$m = \frac{A_{RaD} \cdot \mathcal{A}_{So} \cdot M}{N_{av} \cdot \lambda_{RaD} - A_{RaD} \cdot \mathcal{A}_{So}} = 3{,}5 \cdot 10^{-1} \text{ mg}$$

Activitatea specifică după t = 10 ani este :

$$\mathcal{A}_S = \mathcal{A}_{So} \exp(-\lambda t)$$

$$\mathcal{A}_S = 7{,}3 \cdot 10^6 \text{ dez. } s^{-1} \cdot g^{-1}$$

pentru 2 grame $\mathcal{A}_s = 14{,}3 \cdot 10^6$ dez.s^{-1}.g^{-1}.

IV.15. O metodă de datare a vîrstei geologice a unor roci care conţin uraniu este de a măsura raportul maselor specifice ale plumbului 206 şi a uraniului 238. In ipoteza că ^{206}Pb provine numai prin dezintegrarea uraniului 238 ca fiind respectiv final şi cap de serie radioactivă, să se afle vîrsta geologică a unui minereu care prezintă acest raport r = 1/4.

Rezolvare

La echilibru secular acumularea izotopului stabil (vezi problema IV.7.)

$$N_z(t) = \frac{\mathcal{A}_{ox}}{\lambda_x} \cdot \frac{\lambda_y}{\lambda_y - \lambda_x} \left[1 - \exp(-\lambda_x t)\right]$$

sau aproximativ :

$$N_z(t) \cong \frac{\Lambda_o}{\lambda_x}\left[1 - \exp\left(-\lambda_x t\right)\right]$$

dacă neglijăm pe λ_x pe lîngă λ_y - activităţile celorlalţi descendenţi. In acelaşi timp :

$$N_x(t) = \frac{\Lambda_o}{\lambda_x} \exp\left(-\lambda_x t\right)$$

şi făcînd raportul :

$$\frac{N_z(t)}{N_x(t)} = \frac{1 - \exp\left(-\lambda t\right)}{\exp\left(-\lambda t\right)}$$

obţinem pe

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{\Delta N}{N} + 1\right) = \frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{A_u}{A_{Pb}} \cdot \frac{m_{Pb}}{m_u} + 1\right)$$

sau

$$t = 6{,}5 \cdot 10^9 \ln\left(1{,}15 \cdot \frac{m_{Pb}}{m_u} + 1\right)$$

în cazul nostru , $t = 1{,}64 \cdot 10^9$ ani.

IV.16. Izotopul $^{14}_{6}C$ ia naştere continuu în straturile superioare ale atmosferei prin acţiunea neutronilor cosmici asupra $^{14}_{7}N$, se menţine în raport constant cu ^{12}C şi se asimilează la fel în timpul vieţii ţesuturilor biologice. După ce încetează asimilarea, raportul scade întrucît ^{14}C se dezintegrează. Măsurînd în condiţii standard activitatea specifică Λ_S a cenuşii unor produse biologice vechi şi comparînd-o cu aceea Λ_{oS} a produselor actuale se poate determina timpul la care procesul de asimilare a încetat (moartea). Care este vîrsta unei ţesături vechi pentru care s-a constatat $\Lambda_S / \Lambda_{oS} = 3/4$?

1730 ani

Rezolvare

$T_{1/2}(^{14}C) = 5570$ ani, $\Lambda_S = \Lambda_{oS} \exp(-\ln 2 \frac{t}{T_{1/2}})$

de unde :

$$t = T_{1/2} \cdot \frac{1}{\ln 2} \ln \frac{\Lambda_{oS}}{\Lambda_S}$$

2378,6 ani

în cazul nostru :

$t = 2300$ ani.

(*) IV.17. Se ştie că la dezintegrarea alfa a $^{211}_{83}Bi$.

$^{211}_{83}Bi \xrightarrow{\alpha} {}^{207}_{81}Tl$ sînt emise două grupuri de particule alfa de energii respectiv 6,621 MeV şi 6,274 MeV. In această ultimă situaţie nucleul $^{207}_{81}Tl$ rămîne într-o stare excitată. Să se găsească energia cuantei gama emise la dezexcitarea în starea normală.

Rezolvare

Intr-o primă aproximaţie am avea că :

$$E_\gamma = E_{c\alpha_1} - E_{c\alpha_2}$$

dar trebuie să ţinem cont de energia de recul a nucleului obţinut după emiterea particulei alfa. Utilizînd rezultate ale problemei I.16. după un calcul simplu se arată că energia de recul E_{cr} a nucleului $^{207}_{81}Tl$ după emisia unei particule alfa, în funcţie de energia acesteia, este :

$$E_{cr} = E_{c\alpha} \cdot \frac{M_\alpha}{M_{Tl}}$$

Astfel că energia cuantei gama emise la dezintegrarea în starea normală va fi : $E_\gamma = E_{c\alpha_1} + \frac{E_{c\alpha_1} \cdot M}{M_{Tl}} - \frac{E_{c\alpha_2} \cdot M}{M_{Tl}}$

$$\mathcal{E}_\gamma = E_{c_{\alpha 1}} + E_{c_{\alpha 1}} \cdot M / M_{Tl} - E_{c_{\alpha 2}} - E_{c_{\alpha 2}} \cdot M / M_{Tl}$$

sau dacă ţinem cont de masa atomică A_{Bi} a nucleului $^{211}_{83}Bi$ şi a particulei alfa se găseşte :

$$\mathcal{E}_\gamma = \frac{A_{Bi}}{A_{Bi} - 4} (E_{c_{\alpha 1}} - E_{c_{\alpha 2}}) = 0,354 \text{ MeV}$$

<u>IV.18.</u> Raportul $d = |\Psi_{ext}|^2 / |\Psi_{int}|^2$ al pătratelor modulelor funcţiilor de undă asociate ale particulei alfa din exteriorul şi respectiv interiorul nucleului care suferă dezintegrarea alfa ne dă probabilitatea ca particula să traverseze prin efect tunel bariera de potenţial a nucleului. Pentru un d dat să se găsească constanta de dezintegrare în cazul unui nucleu de rază R_o şi viteza v a particulei alfa în interiorul nucleului. Să se aplice în cazul ^{238}U pentru care avem $d = 10^{-38}$ şi $v = 10^7$ m s^{-1}.

<u>Rezolvare</u>

Intr-o secundă particula alfa, în interiorul nucleului, suferă un număr $n = \frac{v}{2 R_o}$ ciocniri cu "pereţii" barierei (gropii) de potenţial ai nucleului. Probabilitatea totală ca particula alfa să străbată prin efect tunel bariera în unitatea de timp este :

$$\lambda_\alpha = n \cdot d = \frac{v}{2 R_o} \cdot d = \frac{v}{2 R_o} \left| \frac{\Psi_{ext}}{\Psi_{int}} \right|^2$$

In cazul nostru

$$\lambda_\alpha = \frac{10^7}{2 \cdot 9,3 \cdot 10^{-15}} \cdot 10^{-38} = 5,3 \cdot 10^{-18} \text{ s}$$

$$(R_o = 1,5 \cdot A^{1/3} \cdot 10^{-15} \text{m} = 1,5 \cdot (238)^{1/3} \cdot 10^{-15} \text{m} = 9,3 \cdot 10^{-15} \text{ m.})$$

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

○ IV.19. Un mineral - silvină - conţine $\eta = 60\ \%$ KCl iar abundenţa relativă a izotopului K 40 este $\varepsilon = 1{,}2 \cdot 10^{-4}$. S-a măsurat activitatea specifică β_- datorită acestuia de $9{,}17\ s^{-1}\ g^{-1}$. In acelaşi timp se constată şi emisia gama care însoţeşte fiecare proces de captură electronică (cu formarea ^{40}Ar) în proporţie $\mu = 0{,}12$ faţă de emisia β_-.

1. Care este timpul de înjumătăţire global al radioizotopului ^{40}K ?

2. Considerînd că produsul dezintegrării β_e care este ^{40}Ar nu a difuzat din rocă să se determine vîrsta rocii dacă s-a izolat $\alpha_a = 1{,}55 \cdot 10^{-6}$ g ^{40}Ar la 1 gram de ^{39}K.

Rezolvare

1. Fie β_- şi β_e proporţiile în care ^{40}K se dezintegrează β_- şi respectiv prin captură electronică şi λ_- şi λ_e constantele de dezintegrare parţiale respective. Atunci (vezi problema IV.9.) avem :

$$\lambda_- + \lambda_e = \ln 2 / T_{1/2}$$

şi

$$\lambda_e / \lambda_- = \beta_e / \beta_- = \mu$$

de unde se găseşte :

$$T_{1/2} = \beta_- \frac{\ln 2}{\lambda_-} = \frac{1}{1+\mu} \cdot \frac{\ln 2}{\lambda_-}$$

Să aflăm pe λ_- din datele de dezintegrare β_-, din activitatea specifică $\mathcal{A}_{s-}$:

$$\mathcal{A}_{s-} = \eta \cdot \frac{A_{K\,39}}{A_{KCl}} \cdot \varepsilon \cdot \frac{N_{av}}{A_{K40}} \cdot 1\ g \cdot \lambda_-$$

de unde :

$$\lambda_- = \frac{A_{KCl} \cdot A_{K40} \cdot \Lambda_s}{\eta \cdot \varepsilon \cdot A_{K39} \cdot N_{av}} = 1,6 \cdot 10^{-17}\ s^{-1}$$

$$T_{1/2} = 1,23 \cdot 10^9 \text{ ani.}$$

2. Numărul de nuclee ^{40}Ar care formează într-un timp t prin dezintegrarea prin captură electronică este :

$$n_{ar} = \beta_e\, n_{Ko}[1 - \exp(-\lambda t)] = \beta_e (n_{Ko} - n_K)$$

unde n_{Ko} - numărul inițial de nuclee ^{40}K

n_K - numărul actual de nuclee ^{40}K

Astfel că dacă ținem cont că :

$$n_{ar} = m_{ar} \cdot N_{av}/A_{ar} \; ; \; n_K = m_K \cdot N_{av}/A_{K40}$$

și

$$m_K/m_{ar} = (m_{K40}/m_{K39})(m_{K39}/m_{ar}) = \varepsilon \cdot \alpha_a^{-1}$$

obținem în cele din urmă :

$$t = \frac{T_{1/2}}{\ln 2} \ln\left(1 + \frac{1}{\beta_e} \cdot \varepsilon^{-1} \cdot \alpha_a\right) \quad (A_{ar} \cong A_{K40})$$

și apoi înlocuind se găsește

$$t \cong 0,2 \cdot 10^9 \text{ ani.}$$

IV.20. 1. Să se arate că pentru radioizotopul $^{64}_{29}Cu$ sînt posibile dezintegrările β^-, β^+ și captură electronică

2. Dacă nucleele rezultate în urma dezintegrărilor respective se află în starea fundamentală să se afle energiile maxime ale electronilor și pozitronilor emiși și energiile nucleelor de recul.

3. Dacă ponderile dezintegrărilor sînt respectiv $\beta_- = 0,38$, $\beta_+ = 0,19$ și $\beta_e = 0,43$ să se calculeze abundențele relative ale produselor de dezintegrare față de $^{64}_{29}Cu$ după $t = 5$ ore.

Rezolvare

1. Condiţia care i. .á posibilitatea producerii acestor dezintegrări este ca energia de reacţie $Q > 0$, respectiv :

$$Q_{\beta^-} = \left[M(A, Z) - M(A, Z+1) \right] c^2 ;$$

$$Q_{\beta^+} = \left[M(A, Z) - M(A, Z-1) - 2 m_e \right] c^2 ;$$

$$Q_{\beta_e} = \left[M(A,Z) - M(A, Z-1) \right] c^2$$

unde $M(A,Z)$, $M(A,Z+1)$, $M(A,Z-1)$ sînt masele atomilor de $^{64}_{29}Cu$, $^{64}_{30}Zn$ şi $^{64}_{28}Ni$ care intră şi ies din reacţie. Astfel că :

$$Q_{\beta^-} = [63,949934 - 63,949320] \cdot 931,5 \text{ MeV} = 0,57 \text{ MeV} > 0$$

$$Q_{\beta^+} = [63,949934 - 63,948130] \cdot 931,5 \text{ MeV} - 0,51.2 \text{ MeV} = 0,66 \text{ MeV}$$

$$Q_{\beta_e} = [63,949934 - 63,948130] \cdot 931,5 \text{ MeV} = 1,68 \text{ MeV} > 0$$

2. Ecuaţiile celor două procese sînt :

$$\vec{p}_B = \vec{p}_N \; ; \quad Q = E_{c\,\beta} + E_{c\,N} \; ; \quad p_\beta^2 c^2 = W_\beta (W_\beta + 2 m_e c^2)$$

rezolvînd,

$$E_{c\,\beta} = M c^2 \left(\sqrt{1 + 2 Q / M c^2} - 1 \right) \cong Q$$

$$E_{c\,N} = \frac{M c^2 \left(\sqrt{1 + 2 Q / M c^2} - 1 \right) \left[M c^2 \left(\sqrt{1 + 2Q/M c^2} - 1 \right) + 2 m_e c^2 \right]}{2 M c^2}$$

cînd $Q / M c^2 \ll 1$ $\quad E_{c\,N} \cong \dfrac{Q(Q + 2 m_e c^2)}{2 M c^2}$

Şi înlocuind în cele două situaţii :

$$E_{c\,\beta^-} \cong Q_{\beta^-} = 0,57 \text{ MeV} \; ; \qquad E_{c\,\beta^+} \cong Q_{\beta^+} = 0,66 \text{ MeV}$$

$$E_{c\,Zn} \cong 7,6 \text{ eV} \qquad E_{c\,Ni} \cong 9,3 \text{ eV}$$

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

3. Se observă că produsele dezintegrării sînt $^{64}_{28}Ni$ și $^{64}_{30}Zn$ și că $^{64}_{28}Ni$ apare atît în urma dezintegrării β_+ cît și în urma dezintegrării prin captură electronică.

Numărul de nuclee $^{64}_{30}Zn$ care se formează într-un timp t este :

$$n_{Zn} = \beta_-(n_{Cuo} - n_{Cu}) = \beta_- n_{Cuo}\left[1 - \exp(-\lambda t)\right]$$

iar $^{64}_{28}Ni$:

$$n_{Ni} = (\beta_+ + \beta_e)(n_{Cuo} - n_{Cu}) =$$

$$=(\beta_+ + \beta_c)\, n_{Cuo}\left[1 - \exp(-\lambda t)\right]$$

făcînd înlocuirea

$$n_{Cuo} = n_{Cu} \exp(\lambda t)$$

obținem :

$$\frac{n_{Zn}}{n_{Cu}} = \beta_-\left[\exp(\lambda t) - 1\right] \quad \text{și respectiv,}$$

$$\frac{n_{Ni}}{n_{Cu}} = (\beta_+ + \beta_c)\left[\exp(\lambda t) - 1\right]$$

și fiind că $A_{Ni} = A_{Cu} = A_{Zn} = 64$ avem : $\frac{m}{m_{Cu}} = \frac{n}{n_{Cu}}$

înlocuind obținem :

$$\frac{m_{Zn}}{m_{Cu}} = 0{,}12 \qquad \text{și} \qquad \frac{m_{Ni}}{m_{Cu}} = 0{,}19$$

$$(\lambda = 1{,}5 \cdot 10^{-5}\ s).$$

IV.21. Geiger și Nutall au stabilit o relație care leagă constanta de dezintegrare λ de energia particulelor alfa emise la dezintegrare. Știind că pentru seria uraniului această relație este : $\lg \lambda = 96{,}1 \lg E_{c\alpha} - 76{,}34$ unde λ este

exprimat în s^{-1} şi $E_{c\alpha}$ în MeV, să se determine activitatea unui μgram de $^{226}_{88}Ra$ în dezintegrări pe secundă şi în Curie. Care este cantitatea de căldură degajată de 50 g de $^{226}_{88}Ra$ într-un an şi apoi într-un timp egal cu $T_{1/2}/4$. Se foloseşte rezultatul problemei I.16 (Nu se consideră dezintegrările produselor).

Rezolvare

De la problema I.16 s-a văzut că $E_{c\alpha} = 4,8$ MeV. Inlocuind în legea lui Geiger-Nutall găsim :

$$\lambda = 10^{(96,1.\ lg\ 4,8 - 76,34)} = 1,35 \cdot 10^{-11}\ s^{-1}$$

Activitatea cantităţii date este :

$$A = \lambda N = \lambda \frac{m}{M_{Ra}} \cdot N_{av} = 35,96 \cdot 10^3\ dez/s \cong 0,99\ \mu Ci$$

m- masa de radiu 226, M_{Ra} - masa atomică , N_{av}- numărul lui Avogadro, N - numărul de nuclee nedezintegrate.

Numărul de nuclee dezintegrate într-un timp t este :

$$n = \frac{m\ N_{av}}{M_{Ra}} (1 - e^{-\lambda t})$$

şi cantitatea de căldură E degajată în urma acestui număr de procese de dezintegrare este $E = n \cdot \Delta E_{leg}$.

Dacă $\lambda t \ll 1$ atunci $e^{-\lambda t} \longrightarrow 1 - \lambda t + ...$

$$E = \Delta E_{leg} \frac{m\ N_{av}}{M_{Ra}} \cdot \lambda t = \Delta E_{leg}\ A\ t$$

După înlocuiri : $m = 50\ g$; $\Delta E_{leg} = 4,88$ MeV; $t = 365.24.3600$ s obţinem :

$$E = 2,78 \cdot 10^{20}\ MeV = 44,6\ MJ$$

In cazul al doilea cînd $t = T_{1/2}/4$, ($\frac{1}{4}T_{1/2} = \frac{\ln 2}{4\lambda} \cong 400$ ani) ,

$$E = \Delta E_{leg} \frac{m N_{av}}{M_{Ra}} (1 - e^{- \ln 2/4}) = 1,65 \cdot 10^{10} \text{ J.}$$

IV.22. 1. In problema precedentă să se calculeze numărul de nuclee Δn nedezintegrate în al - m - lea an de la "preparare".

2. Care este activitatea globală alfa a preparatului după un număr m de ani ?

Rezolvare

1. $\Delta n = n_0 \exp [- m.\ln 2/T_{1/2}] \cdot [\exp [(m+1) \ln 2/T_{1/2}] - 1] =$

$$= \frac{m_o N_{av}}{A_{Ra}} \cdot \ln 2/T_{1/2} \cdot \exp [- m \ln 2 T_{1/2}]$$

unde: m_o - masa inițială de Radiu, N_{av} - numărul lui Avogadro, $A_{Ra} = 226$, $T_{1/2}$ - timp de înjumătățire.

2. Produsele dezintegrărilor sînt obținute după schema :

$$^{226}_{88}Ra \xrightarrow{\alpha} {}^{222}_{86}Rn \xrightarrow{\alpha} {}^{218}_{84}Po \xrightarrow{\alpha} {}^{214}_{82}Pb \xrightarrow{\beta^-} {}^{214}_{83}Bi \xrightarrow{\alpha} {}^{210}_{81}Tl \xrightarrow{\beta^-} {}^{210}_{82}Pb \xrightarrow{\beta^-} {}^{210}_{83}Bi \xrightarrow{\beta^-} {}^{210}_{84}Po \xrightarrow{\alpha} {}^{206}_{82}Pb$$

Radiu se află în echilibru cu produsele sale de dezintegrare și :

$$\Lambda_{global\alpha} = \Lambda_{Ra\alpha} + \Lambda_{Rn\alpha} + \Lambda_{Po\alpha} + \Lambda_{Bi\alpha} + \Lambda_{Po\alpha} =$$

$$= 5 \Lambda_{Ra\alpha} = 5 \Lambda_{Ra} \exp(- m \ln 2/T_{1/2}).$$

BCU MASS CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

IV.23. 1. Prin dezintegrare β_+ radionucleul $^{23}_{12}Mg$ se transformă în nucleul "oglindă" $^{23}_{11}Na$. Fără a cunoaşte masele atomice ale celor doi izotopi, utilizînd consideraţiile asupra energiei electrostatice internucleare de interacţiune să se calculeze limita maximă a spectrului energetic β_+ obţinut la acest fel de dezintegrare.

2. Să se evalueze timpul de înjumătăţire al radioizotopului pe baza rezultatelor teoriei dezintegrării beta dacă se cunoaşte că $\log (F \cdot T_{1/2}) = 3,9$, (F - funcţie definită în cadrul acestei teorii care depinde de $E_{c\,\beta\,max}$).

Rezolvare

1. Pentru nucleele "oglindă" care sînt legate între ele prin condiţia de dezintegrare β_+ se poate spune că variaţia energiei de legătură este egală cu variaţia energiei electrostatice datorită prezenţei protonului suplimentar (vezi problemele I.6 şi I.7).

Astfel că :

$$\Delta E_{leg} = c^2\left[M(A,Z) - M(A, Z-1) + m_n - m_p\right] =$$

$$\Delta E_{es} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{6}{5}(Z-1) \cdot \frac{e^2}{R_N} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{6}{5}(Z-1) \cdot \frac{e^2}{r_0 \cdot A^{1/3}}$$

Sau dacă considerăm energiile maxime $E_{c\,\beta_+\,max}$ ale pozitronilor emişi avem ($r_0 = 1,25 \cdot 10^{-15}$ m ; $Z = (A-1)/2$) :

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{(A-1)}{r_0 \cdot A^{1/3}} = E_{c\,\beta_+ max} + (m_n + m_e - m_p)\,c^2$$

de unde

$$E_{c\,\beta_+ max} = \frac{3}{5} \cdot \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{(A-1)}{r_0 A^{1/3}} - 1,8 \text{ MeV} = 3,54 \text{ MeV}.$$

2. In teoria dezintegrării beta se arată că dacă

$$\omega_0 = \frac{(E_0 + E_{c\,\beta_+ max})}{E_0} >> 1$$

atunci $P(\omega_0) \cong \omega_0^5/30$. In cazul nostru avem $\omega_0 \cong 8$ astfel că după înlocuiri obţinem :

$$T_{1/2} = 10^{3,9} \cdot 30/\omega_0^5 \cong 8,6 \text{ s}$$

(E_0 a fost energia de repaus a pozitronului $m_e c^2$).

BCU IASI | CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

B I B L I O G R A F I E

1. G.Ioniţă - Fizică nucleară - Litografia Univ."Al.I.Cuza" Iaşi, 1980
2. I.Kaplan - Nuclear Physics - Ed.Addison- Wesley, London, 1963
3. K.N.Muhin - Fizică nucleară experimentală, vol.I - Ed. Tehnică, Bucureşti, 1981
4. E.V. Spolski - Fizică atomică, vol.II- Ed.Tehnică, Bucureşti, 1953
5. I.E.Irodov - Culegere de probleme de fizică atomică- Ed.Tehnică, Bucureşti, 1961
6. S.E.Muscalu - Probleme de fizică atomică şi nucleară - Litografia Univ.Bucureşti, 1977
7. D.V.Sivuhin - Sbornik zadaci po obşcemu cursu fiziki, V Izd.Nauka, Moskva, 1981
8. I.M.Popescu, ş.a - Probleme de optică, fizică atomică şi nucleară - Ed.Tehnică, Bucureşti, 1974
9. G.Vlăducă, ş.a - Probleme de fizică- Ed.Did.şi Pedag., Bucureşti, 1983
10. A.A.Pinsky - Problems in Physics - Mir.Publ, Moscow, 1980
11. I.E.Irodov - Problems in General Physics - Mir.Publ, Moscow, 1981
12. D.Kronin i dr - Sbornik zadaci po fizike s reşeniami - Atomizdat, Moskva, 1975
13. I.M.Popescu, ş.a - Culegere de probleme de fizică - Ed. Did. şi Pedag., Bucureşti, 1982
14. J.Crear - Physics, vol.II-Macmillan Publ., New-York, 1981
15. E.Luca ş.a - Fizică generală- Ed.Did.şi Pedag. Bucureşti, 1981

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

V. INTERACTIUNEA RADIATIEI NUCLEARE CU SUBSTANTA

V.1. O sursă alfa de ^{210}Po este depusă electrolitic pe o plăcuţă de nichel. Să se calculeze :

a) - grosimea de saturaţie ds a stratului de poloniu (grosime peste care fluxul de particule nu mai creşte cu creşterea grosimii sursei alfa);

b)- grosimea d_{Al} a unei foiţe de aluminiu, capabilă să ecraneze această sursă.

Rezolvare

a) Grosimea de saturaţie este chiar parcursul particulelor alfa în materialul sursei (autoabsorbţie); parcursul masic R_m poate fi calculat cu relaţia empirică :

$$R_m = 0,56\ R \cdot A^{1/3}$$

cu $R_m(mg/cm^2)$ - parcursul masic în substanţa simplă - de număr de masă A, R(cm)- parcursul aceleiaşi particule în aer NTP. Energia particulei alfa emise de ^{210}Po este $E_\alpha = 5,30$ MeV, iar din curba parcurs-energie pentru particule alfa în aer (din anexe) se găseşte pentru energia respectivă parcursul :

$$R \cong 3,70 \text{ cm}$$

de unde rezultă : $R_m = 0,56 \cdot 3,7 \cdot \sqrt[3]{210} = 12,43\ mg/cm^2$.

deci: $d_s = 12,43\ mg/cm^2$

b) Foiţa-ecran de aluminiu are grosimea d_{Al} cel puţin egală cu parcursul particulelor alfa în această substanţă;

din curba parcurs-energie a particulelor alfa în Al (din anexe), se găseşte pentru energia $E_\alpha = 5,30$ MeV, valoarea :

$$R'_m = 6,5 \text{ mg/cm}^2$$

deci grosimea minimă a ecranului de aluminiu este :

$$d_{Al} = 6,5 \text{ mg/cm}^2$$

R : a) - $d_g = 12,43 \text{ mg/cm}^2$

b) - $d_{Al} = 6,5 \text{ mg/cm}^2$

V.2 Pentru parcursul mediu al particulelor alfa în aer NTP s-a găsit relaţia empirică :

$$R = 0,3\ E_\alpha^{3/2} \qquad 4 < E_\alpha < 7 \text{ MeV}$$

cu R(cm) şi E(MeV). Să se determine :

a)- parcursul mediu R al particulelor alfa emise de $^{219}_{86}Rn$ care au energia $E_\alpha = 6,82$ MeV;

b)- numărul mediu de perechi de ioni N produs de particula alfa pe întregul parcurs, admiţînd că pe prima treime a acestuia energia de formare a unei perechi de ioni este în aer $w_1 = 34$ eV iar pe parcursul rămas - $w_2 = 32,5$ eV;

c)- dependenţa parcursului mediu R de viteza iniţială v_0 a particulei alfa, dacă masa particulei alfa este $m = 4,0062\ u = 3732 \text{ MeV/c}^2$.

Rezolvare

a)- Parcursul se obţine direct din relaţia dată:

$$R = 0,3 \cdot (6,82)^{3/2} \Rightarrow R = 5,34 \text{ cm}$$

b)- Considerăm numărul total de perechi de ioni ca suma dintre numărul perechilor formate pe prima treime a parcursului şi cel corespunzător restului parcursului :

$$N = n_1 + n_2$$

Pentru a-l determina pe n_1 se află mai întîi energia E_1

consumată pe prima treime de parcurs, care este energia inițială din care se scade energia pe care o are după ce mai are de parcurs 2/3 din parcursul total :

$$E_1 = E_\alpha - E'$$

cu E' corespunzător parcursului $R' = (2/3)R_0$. Deci :

$$E' = E_\alpha \cdot \sqrt[3]{(2/3)^2} = 0,763\ E_\alpha = 5,2\ MeV$$

deci :

$$E_1 = 6,82 - 5,2 = 1,62\ MeV$$

De aici $n_1 = E_1/w_1 = 1,62.10^6/34 = 4,764.10^4$ perechi ioni iar pentru n_2 se obține analog : $n_2 = E'/w_2 = 1,6.10^5$ perechi

Deci :

$$N = n_1 + n_2 = 2,08.10^5 \text{ perechi de ioni}$$

c)- Deoarece

$$v_0^2 = \frac{2E_\alpha}{m_\alpha} \Rightarrow E_\alpha = \frac{m_\alpha}{2}\left(\frac{MeV}{c^2}\right) v_0^2$$

rezultă :

$$R(cm) = 0,891.10^{-27}\ v_0^3 \qquad v_0(cm/s)$$

R : a)- $R = 5,34$ cm

b)- $N = 2,08.10^5$ perechi

c)- $R = 0,89.10^{-27}\ v_0^3$

V.3 Ce grosime d_{Al} trebuie să aibă fereastra de aluminiu a unui contor Geiger-Müller, pentru ca acesta să poată detecta particule alfa cu energia $E_\alpha = 5$ MeV?

Rezolvare

Particula alfa trebuie să pătrundă în contor, deci parcursul ei în fereastra de aluminiu trebuie să fie de cel puțin egal cu grosimea ferestrei :

$$d_{Al} \leqslant R$$

Din curba parcurs-energie a particulelor alfa în aluminiu (din anexe) se găsește parcursul masic pentru energia dată :

$$R_m = 5,9\ mg/cm^2$$

deci grosimea (masică) a ferestrei de aluminiu este :

$$d_{Al} \leq 5,9 \text{ mg/cm}^2$$

Dacă pentru determinarea parcursului masic în Al se utilizează relaţia empirică din problema precedentă,

$$R_m = 0,56\ R\ .\ A^{1/3}$$

se obţine parcursul în aer NTP scos din curba corespunzătoare (din anexe):

$$R'_m = 0,56 \cdot 8,2 \sqrt[3]{27} \cong 13,8 \text{ mg/cm}^2$$

valoare mult diferită de cea anterioară. Rezultatul obţinut prin măsurarea directă a parcursului în aluminiu pentru radiaţii cu $E_\alpha = 5$ MeV (Aron W.A şi colab.) este :

$$R''_m = 7,6 \text{ mg/cm}^2$$

care este valoarea corectă, cu care trebuie calculată grosimea maximă a ferestrei contorului. Deci

$$d_{Al} \leq R''_m \Rightarrow d_{Al} \leq 7,6 \text{ mg/cm}^2$$

Se constată că ambele evaluări ale parcursului particulelor alfa în aluminiu şi cea folosind graficul parcurs-energie şi cea folosind formula empirică introduc erori destul de importante.

$$\underline{R} : \quad d_{Al} \leq 7,6 \text{ mg/cm}^2$$

*23

V.4 Se ştie că particulele încărcate grele (alfa, p, d) care au aceeaşi viteză, au parcursurile în aer corelate prin expresia :

$$R_i = \frac{m_i}{m_j} \left(\frac{Z_j}{Z_i} \right)^2 . R_j - C_{ij}$$

cu m_i, Z_i, R_i - masa, sarcina, parcursul, particulei i şi C_{ij} - o constantă care devine nulă pentru $Z_i = Z_j$. Folosind această relaţie să se calculeze parcursurile în aer R_p şi R_d, pentru protonii, respectiv deuteronii care au aceeaşi viteză ca

BIBLIOTECA CENTRALĂ UNIVERSITARĂ IAŞI

particulele alfa de energie $E_\alpha = 10$ MeV, pentru care parcursul în aer NTP este $R_\alpha = 10,6$ cm.

Rezolvare

Pentru protoni relaţia devine :

$$R_p = \frac{m_p}{m_\alpha}\left(\frac{Z_\alpha}{Z_p}\right)^2 \cdot R_\alpha - C_{p\alpha} = 1,007\, R_\alpha - 0,20 \quad (cm)$$

şi se obţine pentru parcursul protonilor în aer, valoarea :

$$R_p = 10,47 \text{ cm}$$

Pentru deuteroni este mai simplu să se calculeze parcursul R_d pornind de la parcursul R_p al protonilor :

$$R_d = \frac{m_d}{m_p} \cdot R_p \Rightarrow R_d \cong 2R_p \cong 21 \text{ cm}$$

Dacă se calculează şi energiile corespunzătoare ale protonilor şi deuteronilor care au viteza egală cu cea a particulelor alfa de 10 MeV, se obţine:

$$E_p = 2,5 \text{ MeV} \qquad E_d = 5 \text{ MeV}$$

Comparînd parcursurile acestor particule se constată că particulele alfa şi protonii de aceeaşi viteză au parcursul comparabil ($R_\alpha = 10,6$ cm; $R_p = 10,47$ cm), pe cînd pentru protonii şi deuteronii de aceeaşi viteză este comparabil raportul parcurs/energie :

$$\frac{R_p}{E_p} = \frac{10,47}{2,5} = 4,188 \text{ cm/MeV}$$

respectiv

$$\frac{R_d}{E_d} = \frac{21}{5} = 4,2 \text{ cm/MeV}$$

R : $R_p = 10,47$ cm

$R_d \cong 21$ cm

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

V.5. Radiația alfa emisă de ^{239}Pu are energia $E_\alpha = 5{,}105$ MeV, pentru care parcursul în aer, obținut din curba parcurs-energie (din anexe) este $R_\alpha \cong 3{,}6$ cm. Folosind această valoare pentru parcursul în aer, să se calculeze parcursul R_{Pb} în plumb pentru protonii care au aceeași viteză ca și particulele alfa.

Rezolvare

Parcursul masic în plumb pentru protoni, după relația empirică, este :

$$R_{mp} = 0{,}56\, R_p \cdot A^{1/3}$$

unde pentru plumb $A = 207$, iar parcursul R_p în aer se calculează cunoscînd R_α, după relația :

$$R_p = 1{,}007\, R_\alpha - 0{,}20 \Rightarrow R_p = 3{,}43 \text{ cm}$$

Rezultă de aici parcursul masic al protonilor în plumb :

$$R_{mp} = 0{,}56 \cdot 3{,}43 \cdot \sqrt[3]{207} \Rightarrow R_{mp} \cong 27{,}66 \text{ mg/cm}^2$$

Pentru parcursul liniar în plumb se obține :

$$R_{Pb} = \frac{R_{mp}}{\rho_{Pb}} = \frac{27{,}66}{11{,}34} \cong 0{,}024 \text{ mm.}$$

R : $R_{Pb} \cong 0{,}024$ mm

V.6. Radiațiile beta sînt caracterizate prin energia maximă E_β, căreia îi corespunde un parcurs masic (sau grosime masică de oprire) R_m, între aceste mărimi existînd relația :

$$R_m = 0{,}542\, E_\beta - 0{,}133 \qquad 0{,}8 < E_\beta < 3 \text{ MeV}$$

unde R_m(g/cm^2) și E_β(MeV). Să se determine cu această relație parcursul R_m al radiației beta în aer, plexiglas, sticlă Pyrex și aluminiu, pentru radiația beta emisă de ^{90}Y ce are energia $E_\beta = 2{,}273$ MeV. Să se calculeze apoi și parcursul

liniar R_l pentru fiecare substanţă din cele enumerate.

Rezolvare

Se observă că parcursul masic nu depinde de natura substanţei prin care trece radiaţia; aceasta este şi raţiunea pentru care s-a introdus această noţiune. Cu relaţia dată se obţine:

$$R_m = 0,542 \cdot 2,273 - 0,133$$

adică

$$R_m \cong 1,234 \text{ g/cm}^2$$

Parcursul liniar se obţine prin raportarea celui masic la densitatea materialului, deci :

- pentru aer :

$$R_1 = \frac{R_m}{\rho_1} = \frac{1,234}{1,3.10^{-3}} = 950 \text{ cm}$$

- pentru plexiglas :

$$R_2 = \frac{R_m}{\rho_2} = \frac{1,234}{1,18} = 1,046 \text{ cm}$$

- pentru sticla pyrex :

$$R_3 = \frac{R_m}{\rho_3} = \frac{1,234}{2,6} = 0,473 \text{ cm}$$

- pentru aluminiu :

$$R_4 = \frac{R_m}{\rho_4} = \frac{1,234}{2,7} = 0,42 \text{ cm}$$

R : $R_m = 1,234 \text{ g/cm}^2$

$R_1 = 950$ cm

$R_2 = 1,46$ cm

$R_3 = 0,473$ cm

$R_4 = 0,42$ cm

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

V.7. O cameră de ionizare sferică, de rază $r = 25$ cm, conține în centru o sursă punctiformă de radiații beta de ^{210}Bi, cu energia $E_\beta = 1{,}17$ MeV. Ce presiune p_a trebuie să aibă aerul din camera de ionizare pentru ca radiația beta să-și piardă toată energia în gazul din cameră ?

Rezolvare

Este necesar ca parcursul liniar al radiațiilor beta să fie cel mult egal cu raza sferei :

$$R \leq r$$

Conform relației din problema precedentă, parcursul masic este:

$$R_m = 0{,}542 \cdot 1{,}17 - 0{,}133 \Rightarrow R_m = 0{,}40 \ g/cm^2$$

iar parcursul liniar este :

$$R = \frac{R_m}{\rho_a}$$

de unde se obține o condiție pentru valoarea densității aerului:

$$\rho_a \geq \frac{R_m}{r}$$

Raportînd această mărime la cea pentru aer NTP, se obține :

$$\frac{P_a}{\rho_a} = \frac{P_o}{\rho_o} \Rightarrow P_a = P_o \rho_a / \rho_o$$

sau :

$$P_a \geq P_o \frac{R_m}{r \rho_o} \Rightarrow P_a \geq 12{,}3 \text{ atmosfere.}$$

R : $P_a \geq 12{,}3$ atm.

V.8. Radiațiile beta, ca toate radiațiile nucleare cu sarcină electrică, sînt caracterizate prin parcursul R (distanța la care sînt oprite radiațiile cu energia maximă E_β). Totuși, pentru distanțe scurte parcurse în absorbant, $x \ll R$.

se poate considera aproximativ că atenuarea intensităţii fasciculului de radiaţii se face exponenţial :

$$I = I_0 e^{-\mu x} \quad \text{sau} \quad I = I_0 e^{-\mu_m d}$$

unde μ este coeficientul liniar, μ_m - cel masic de atenuare, x - distanţa parcursă în absorbant iar d- distanţa masică. Între $\mu_m (cm^2/g)$ şi energia E_β (MeV) există relaţia empirică:

$$\mu_m = \frac{22}{E_\beta^{1,33}} \quad \text{pentru} \quad 0,5 < E_\beta < 6 \text{ MeV}$$

Să se determine ce fracţiune P din radiaţiile beta incidente sînt oprite într-un strat de absorbant de grosime masică $d = 0,03\ g/cm^2$, dacă radiaţia beta este emisă de ^{32}P şi are energia $E_\beta = 1,71$ MeV.

Rezolvare :

Fracţiunea din fascicul, absorbită pe distanţa masică d este :

$$P = \frac{I_0 - I}{I_0} = 1 - e^{-\mu_m d}$$

dar

$$\mu_m = \frac{22}{(1,71)^{1,33}} \Rightarrow \mu_m = 10,7\ cm^2/g$$

de unde :

$$P = 1 - e^{-10,7 \cdot 0,03} \cong 0,27 \Rightarrow P \cong 27\ \%$$

Observaţie : s-a presupus că parcursul masic al radiaţiei beta nu depinde de numărul atomic al materialului absorbant.

R : P = 27 %

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

V.9. Un fascicul colimat de radiaţii beta pătrunde normal între plăcile plan-paralele ale unei camere de ionizare cu aer NTP; distanţa dintre plăci este $d = 10$ cm iar energia $E\beta = 1{,}6$ MeV, pentru care coeficientul liniar de absorbţie totală în aer este $\mu_t = 6.10^{-4}\ cm^{-1}$, coeficientul liniar pentru absorbţia adevărată fiind $\mu_a = 3.10^{-4}\ cm^{-1}$. Să se explice deosebirea dintre cele două feluri de absorbţii şi să se calculeze atenuarea relativă K a intensităţii fasciculului, precizînd ce fracţiune F din această atenuare corespunde absorbţiei adevărate.

Rezolvare

Intensitatea fasciculului la intrarea între plăci fiind I_o, după ce se parcurge distanţa d, capătă valoarea :

$$I = I_o\, e^{-\mu_t d}$$

Atenuarea relativă este :

$$K = \frac{\Delta I}{I_o} = \frac{I_o - I}{I_o} \Rightarrow K = 1 - e^{-\mu_t d}$$

Deoarece $\mu_t d \ll 1$, (atenuarea radiaţiei beta putînd fi considerată exponenţială numai pe distanţe $d \ll R\beta$, unde $R\beta$ este parcursul radiaţiilor cu energia maximă $E\beta$), se poate dezvolta exponenţiala în serie şi păstra numai primii doi termeni :

$$K = 1 - e^{-\mu_t d} = 1 - 1 + \mu_t d - \ldots \cong \mu_t d$$

Se obţine astfel pentru atenuarea relativă, valoarea :

$$K \cong \mu_t d = 6.\ 10^{-4}\ .10 = 6\ .\ 10^{-3}$$

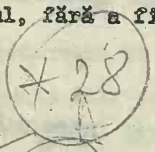
Analog se găseşte că atenuarea relativă pentru absorbţia adevărată este :

$$K' = \mu_a d = 3.10^{-3}$$

Fracţiunea F cerută este deci :

$$F = K'/K \Rightarrow F = 0,5 \Rightarrow F = 50\ \%$$

Absorbţia totală este în fapt atenuarea fasciculului la trecerea prin substanţă, atenuare datorată atît absorbţiei adevărate (care constă în frînarea pînă la încetinirea aproape totală a electronului beta şi asocierea lui la moleculele mediului), cît şi difuziei electronilor beta, prin care aceştia părăsesc doar fasciculul, fără a fi şi absorbiţi.



R : K = 0,6 % ; F = 50 %

V.10. Să se calculele şi să se compare parcursul R în aer pentru următoarele particule, fiecare cu energia de 2,5 MeV : particulele alfa, protoni, deuteroni, electroni.

Rezolvare

a)- Pentru particulele alfa de 2,5 MeV, din curba parcurs-energie (din anexe), se găseşte :

$$R_\alpha \cong 1,3 \text{ cm}$$

b)- Pentru protoni se calculează mai întîi energia E' a particulelor alfa de aceeaşi viteză ca a protonilor de 2,5 MeV, după care se obţine mai întîi parcursul acestor particule alfa, din care se calculează parcursul protonilor :

$$v'_\alpha = v_p = \sqrt{2\,E_p/m_p} = \sqrt{w\,E'/m}$$

de unde :

$$E'_\alpha = E_p \cdot \frac{m_\alpha}{m_p} \Rightarrow E'_\alpha = 4\,E_p = 10 \text{ MeV}$$

Se găseşte, din curba parcurs-energie, parcursul acestor particule alfa :

$$R'_\alpha = 10,51 \text{ cm}$$

şi se calculează cu relaţia folosită deja în acest capitol :

$$R_p = 1{,}007\ R'_\alpha - 0{,}20$$

cu care se obţine :

$$R_p = 1{,}007 \cdot 10{,}51 - 0{,}20 \Rightarrow R_p \cong 10{,}38 \text{ cm}$$

c)- Pentru deuteroni, tot prin intermediul parcursului particulelor alfa se obţine :

$$E''_\alpha = E_d \frac{m_\alpha}{m_d} = 2\ E_d = 5 \text{ MeV}$$

de unde :

$$R''_\alpha = 3{,}52 \text{ m}$$

Folosind acum relaţia între parcursul deuteronului şi a particulei alfa de aceeaşi viteză :

$$R_d = \frac{m_d}{m_\alpha}\left(\frac{z_\alpha}{z_d}\right)^2 \cdot R''_\alpha - C_{d\alpha}$$

se obţine :

$$R_d \cong \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot R''_\alpha - 0{,}20 \Rightarrow R_d \cong 6{,}84 \text{ cm}$$

d)- Pentru radiaţia beta, parcursul masic este :

$$R_m = 0{,}542\ E_\beta - 0{,}113 = 0{,}542 - 0{,}113$$

adică

$$R_m = 1{,}242 \text{ g/cm}^2$$

de unde parcursul liniar în aer este :

$$R_\beta = \frac{R_m}{\rho_a} = \frac{1{,}242}{1{,}3 \cdot 10^{-3}} \text{ cm} \Rightarrow R_\beta = 9{,}6 \text{ m}$$

Concluzie : - parcursurile în aer sînt : de ordinul centimetrului pentru particulele alfa, cu un ordin de mărime superior pentru protoni, de circa 5 ori mai mare pentru deuteroni şi cu circa trei ordine de mărime superior, pentru radiaţiile

beta, toate particulele avînd aceeaşi energie.

R : $R_\alpha \cong 1,3$ cm

$R_p \cong 10,38$ cm

$R_d \cong 6,84$ cm

$R_\beta \cong 960$ cm

V.11. Admiţînd că pentru distanţe mult mai mici decît parcursul într-un mediu dat intensitatea I a fasciculului de radiaţii beta suferă o atenuare exponenţială, să se obţină relaţia dintre coeficientul masic de absorbţie μ_m şi distanţa de înjumătăţire $d_{1/2}$ - care este grosimea absorbantului ce reduce la jumătate intensitatea fasciculului incident. Aplicaţie : pentru radiaţiile beta cu energia : E_β = 1 Mev, E'_β = 2 MeV şi E''_β = 3 MeV, se cunosc grosimile de înjumătăţire în aluminiu, care sînt : $d_{1/2}$ = 53 mg/cm^2, $d'_{1/2}$ = 140 mg/cm^2, $d''_{1/2}$ = 210 mg/cm^2; să se determine coeficienţii masici de absorbţie μ_m, μ'_m, μ''_m.

Rezolvare

Atenuarea se presupune de forma :

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu_m d}$$

de unde se obţine :

$$I_0/2 = I_0 e^{-\mu_m d_{1/2}}$$

deci :

$$\mu_m = \frac{\ln 2}{d_{1/2}}$$

Aplicaţie numerică :

$$\mu_m = \frac{\ln 2}{d_{1/2}} = \frac{0,693}{53.10^{-3}} = 13 \text{ cm}^2/\text{g}$$

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$$\mu'_m = \frac{\ln 2}{d'_{1/2}} = \frac{0,693}{0,140} = 5 \text{ cm}^2/\text{g}$$

$$\mu''_m = \frac{\ln 2}{d''_{1/2}} = \frac{0,693}{0,210} = 3,3 \text{ cm}^2/\text{g}$$

R : $\mu_m = 13 \text{ cm}^2/\text{g}$
$\mu'_m = 5 \text{ cm}^2/\text{g}$
$\mu''_m = 3,3 \text{ cm}^2/\text{g}$

UNIV. AL. I. CUZA" IAŞI BIBLIOTECA CENTRALĂ

V.12. Care sînt procesele prin care este atenuat un fascicul de radiaţii gama la trecerea sa prin substanţă şi cum se reflectă acest aspect în relaţia ce dă atenuarea intensităţii fasciculului cu distanţa străbătută în absorbant ?

Rezolvare

La trecerea prin substanţă, pe distanţa x intensitatea iniţială I_0 a fasciculului devine :

$$I = I_0 e^{-\mu x}$$

cu μ (cm) coeficientul liniar de absorbţie sau de atenuare, care depinde de natura absorbantului şi de energia E_γ a radiaţiei. Coeficientul μ depinde de secţiunea eficace totală pentru absorbţia sau difuzia radiaţiei şi anume :

$$\mu = N\sigma$$

unde N este numărul de atomi din cm^3 de absorbant. Secţiunea eficace totală σ este suma a trei secţiuni eficace parţiale, σ_f, σ_c, σ_p - corespunzătoare celor trei procese care contribuie la atenuarea : efectul fotoelectric, efectul Compton şi efectul de generare de perechi electron-positron :

$$\sigma = \sigma_f + z\sigma_c + \sigma_p$$

Aici σ_c s-a multiplicat cu numărul atomic Z al absorbantului deoarece difuzia Compton are loc pe un electron din cei Z electroni ai atomului difuzant, pe cînd efectul fotoelectric se referă la întregul atom, ca şi cel de generare de perechi, care la energii mai mici ale cuantei gama are loc în cîmpul coulombian al nucleului. Rezultă pentru coeficientul liniar de absorbţie μ o expresie asemănătoare :

$$\mu = \mu_f + \mu_c + \mu_p$$

cu notaţiile evidente. Se definesc şi coeficienţii masici corespunzători :

$$\mu_m = \mu_{mf} + \mu_{mc} + \mu_{mp}$$

De menţionat că fotonii nu sînt încetiniţi (cum se întîmplă cu particulele alfa, p, n, mezoni, ioni, fragmente de fisiune, etc) ci doar absorbiţi sau difuzaţi.

$$\underline{R} : \quad I = I_o e^{-\mu x}$$

$$\mu = \mu_f + \mu_c + \mu_p$$

*29

V.13. Să se afle grosimea de semiabsorbţie $d_{1/2}$ şi drumul liber mediu - λ al fotonilor gama cu energia E_γ = 3,065 MeV în apă, cupru şi zinc. Se dau coeficienţii liniari de absorbţie : $\mu_1 = 0{,}04\ cm^{-1}$ pentru apă, $\mu_2 = 0{,}315\ cm^{-1}$ pentru cupru şi $\mu_3 = 0{,}423\ cm^{-1}$ pentru zinc.

Rezolvare

Absorbţia radiaţiei gama în substanţă se face după legea exponenţială :

$$I = I_o e^{-\mu x} \qquad (1)$$

De aici se poate defini grosimea de semiabsorbţie $d_{1/2}$ ca fiind distanţa parcursă în absorbant, după care intensitatea

fasciculului se reduce la jumătate :

$$d_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu} = \frac{0,693}{\mu} \qquad (2)$$

Drumul liber mediu λ este distanţa medie pe care o parcurge fotonul în substanţă pînă cînd este absorbit; dacă se ţine seama de relaţia (1) se obţine :

$$\lambda = \bar{x} = \frac{\int_0^\infty x\, e^{-\mu x} \cdot \mu dx}{\int_0^\infty e^{-\mu x} \cdot dx} = \frac{1}{\mu} \qquad (3)$$

Relaţiile (2), respectiv (3), permit să se calculeze valorile cerute. Se obţine astfel :

- pentru apă: $(d_{1/2})_1 = 0,693/\mu_1 = 0,693/\ 0,04 = 17,3$ cm

$\lambda_1 = 1/\mu_1 = 1/0,04 = 25$ cm

- pentru cupru :

$(d_{1/2})_2 = 0,693/\mu_2 = 0,693/\ 0,315 = 2,2$ cm

$\lambda_2 = 1/\mu_2 = 1/0,315 \cong 3,14$ cm

- pentru zinc :

$(d_{1/2})_3 = 0,693/\mu_3 = 0,693/\ 0,423 = 1,64$ cm

$\lambda_3 = 1/\mu_3 = 1/0,423 \cong 2,364$ cm

R : $(d_{1/2})_1 = 17,3$ cm; $\lambda_1 = 25$ cm

$(d_{1/2})_2 = 2,2$ cm ; $\lambda_2 = 3,14$ cm

$(d_{1/2})_3 = 1,64$ cm; $\lambda_3 = 2,364$ cm

BIBLIOTECA CENTRALĂ UNIVERSITARĂ

V.14. Să se arate care este energia minimă $E_{\gamma min}$ a fotonilor gama care pot genera o pereche electron-pozitron şi în ce condiţii are loc acest proces. Cît este în acest caz energia particulelor generate ?

Rezolvare

Conform electrodinamicii cuantice, generarea perechilor electron-pozitron de către cuantele gama nu poate avea loc în vid, unde nu s-ar putea respecta legea conservării impulsului. Procesul de generare presupune prezenţa unei particule care să preia o parte din impulsul total, care astfel se poate conserva. Generarea de perechi în cîmpul coulombian al unui nucleu necesită energie mai mică decît generarea în cîmpul coulombian al unui electron, căruia i se transmite un impuls (şi deci o energie) mai mare decît nucleului, ţinînd seama de raportul maselor respective. Se găseşte că energia necesară formării unei perechi electron-pozitron în cîmpul coulombian al unei particule de masă M este :

$$E_\gamma = 2\, m_0\, c^2 \left(1 + \frac{m_0}{M}\right)$$

unde m_0 este masa de repaus a electronului şi c- viteza luminii în vid. La limită, pentru nucleul de masă infinită în raport cu cea a electronului sau a pozitronului, energia preluată de nucleu este practic nulă; rezultă astfel că energia minimă a fotonului este egală cu energia de repaus a perechii formate :

$$E_{\gamma\,min} = 2\, m_0\, c^2 = 1{,}022 \text{ MeV}$$

în acest caz energia particulelor generate este nulă, deci $E_{e^+} = E_{e^-} = 0$.

R : $E_{\gamma\,min} = 1{,}022$ MeV

$E_{e^+} = E_{e^-} = 0$

*31

V.15. Să se calculeze grosimea stratului de apă, cupru sau plumb care determină o atenuare de 100 de ori a unui fascicul monocromatic îngust de radiaţii gama cu energia $E_\gamma = 1{,}022$ MeV, pentru care coeficienţii liniari de absorbţie sînt : $\mu_1 = 0{,}070\ cm^{-1}$ pentru apă, $\mu_2 = 0{,}517$ pentru cupru şi $\mu_3 = 0{,}772\ cm^{-1}$ pentru plumb. Pe ce distanţă x în aer se obţine aceeaşi atenuare dacă pentru aer, coeficientul de atenuare este $\mu = 7{,}8.10^{-3}\ cm^{-1}$?

Rezolvare

Deoarece

$$I = I_0\, e^{-\mu x}$$

şi trebuie ca $I/I_0 = 1/100$, rezultă că :

$$100 = e^{\mu x} \Rightarrow x = \frac{\ln 100}{\mu} = \frac{4{,}61}{\mu}$$

De aici:

$$x_1 \cong 66\ cm$$
$$x_2 \cong 8{,}92\ cm$$
$$x_3 \cong 5{,}97\ cm$$

Pentru aer se obţine :

$$x = 4{,}61/7{,}8.10^{-3} \Rightarrow x = 591\ m$$

R : $x_1 \cong 66$ cm (apă)
$x_2 \cong 8{,}92$ cm (cupru)
$x_3 \cong 5{,}97$ cm (plumb)
$x_4 = 591$ m (aer)

V.16. Pentru radiaţia gama cu energia $E_\gamma = 0{,}1$ MeV, coeficientul liniar de absorbţie în aluminiu pentru efectul Comptom este $\mu_c = 0{,}38\ cm^{-1}$ iar pentru efectul fotoelectric

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

este $\mu_{\tau} = 0{,}066\ cm^{-1}$. Să se afle valoarea coeficientului liniar total de absorbţie în acest caz, precum şi energia maximă $E_{c\ max}$ a electronilor Compton, respectiv cea maximă a electronilor de la efectul fotoelectric, $Ef\ max$.

Rezolvare

Pentru energii inferioare energiei de prag pentru efectul generării de perechii electron-pozitron, care este :

$$E_p = 2.\ m_e c^2 = 1{,}022\ MeV$$

radiaţia gama nu realizează decît efectul fotoelectric şi efect Compton, încît coeficientul liniar total este :

$$\mu = \mu_{\tau} + \mu_{c} = 0{,}446\ cm^{-1}$$

Energia electronului de recul din efectul Compton este dată de relaţia :

$$E_c = E_{\gamma} \frac{2\Lambda \sin^2 \theta/2}{\lambda_0 + 2\Lambda \sin^2 \theta/2}$$

unde $\Lambda = h/m_0 c^2$ este lungimea de undă Compton, λ_0 - lungimea de undă a fotonului incident, iar θ este unghiul dintre direcţia fotonului difuzat şi cea a fotonului incident. Relaţia arată că energia $E_{c\ max}$ se obţine pentru

$$\theta = \pi \quad \Rightarrow \quad E_{c\ max} = E_{\gamma} \frac{1}{\frac{\lambda_0}{2\Lambda} + 1}$$

deci :

$$E_{c\ max} = 2\, E_{\gamma}^2 / (m_0 c^2 + 2\, E_{\gamma})$$

unde $m_0 c^2 = 0{,}511$ MeV este energia de repaus a electronului, deci:

$$E_{c\ max} \cong 0{,}028\ MeV$$

Energia electronilor care au suferit efect fotoelectric

este energia E_γ a fotonului incident, din care se scade energia de legătură a electronului în atom. Energia maximă o vor avea fotoelectronii proveniţi de pe ultimul strat electronic şi care au energie de ordinul cîtorva electron-volţi, neglijabilă faţă de E_γ, deci $E_{f\ max} \cong E_\gamma = 0{,}1$ MeV.

R: $\mu = \mu_f + \mu_e = 0{,}446\ cm^{-1}$

$E_{c\ max} = 0{,}028$ MeV

$E_{f\ max} = 0{,}1$ MeV.

V.17. Plumbul prezintă pentru radiaţia gama cu energia $E_\gamma = 9$ MeV, un coeficient liniar de absorbţie prin efect Compton - $\mu_c = 0{,}15\ cm^{-1}$, iar pentru absorbţia prin efectul generării de perechi electron-pozitron un coeficient liniar - $\mu_p = 0{,}38\ cm^{-1}$. Să se determine valoarea coeficientului liniar total de absorbţie μ, precum şi raportul K dintre energia maximă a electronilor Comptom $E_{c\ max}$ şi energia maximă $E_{e\ max}$ a unui electron obţinut prin generarea de perechi.

Rezolvare

La energii mari, fotonii gama au mai produc efect fotoelectric ci numai efect Compton şi generare de perechi, încît coeficientul liniar de absorbţie totală μ - are expresia :

$$\mu = \mu_c + \mu_p = 0{,}53\ cm^{-1}$$

Energia maximă a electronilor Compton (ca şi în problema precedentă), are expresia :

$$E_{c\ max} = \frac{2 E_\gamma^2}{m_0 c^2 + 2 E_\gamma} \cong 8{,}8\ \text{MeV}$$

La generarea unei perechi electron-pozitron, energia E_γ a

fotonului se repartizează între electron, pozitron şi nucleul de recul în cîmpul căruia s-a generat pereche; deoarece masa nucleului de plumb poate fi considerată infinită faţă de cea a electronului, se poate neglija energia transferată nucleului, încît energia disponibilă revine în egală măsură electronului şi pozitronului. Energia cinetică a acestor particule este cea a cuantei gama din care se scade energia de repaus a particulelor :

$$E_{cin} = E_{\gamma} - 2\, m_0\, c^2$$

de unde

$$E_{e\ max} = E_e = E_p = E_{cin}/2$$

deci :

$$E_{e\ max} = \frac{E_{\gamma}}{2} - m_0 c^2 = (4{,}5 - 0{,}511)\text{MeV} = 3{,}989\ \text{MeV}$$

iar K devine :

$$K = \frac{E_{c\ max}}{E_{e\ max}} = \frac{8{,}8}{3{,}989} \cong 2{,}2$$

$$\text{Al} : \mu = 0{,}53\ \text{cm}^{-1}$$

$$K = 2{,}2.$$

V.18. Să se compare absorbţia în aer a radiaţiilor alfa, beta, gama - fiecare cu energia de 1 MeV, dacă se cunoaşte parcursul în aer al radiaţiei beta care este $R_{\beta} = 3{,}06$ m şi grosimea masică de semiatenuare pentru radiaţia gama, $d_{1/2} = 10{,}08\ \text{g/cm}^2$.

Rezolvare

Se compară parcursurile R_{α}, R_{β} pentru radiaţiile alfa şi beta cu drumul liber mediu λ al radiaţiei gama, întrucît radiaţia gama are atenuare exponenţială şi nu i se poate defini un parcurs. Parcursul în aer pentru particulele alfa se

BCU IAŞI CENTRALA UNIVERSITARĂ

găsește din curba parcurs-energie dată în anexe, de unde se obține :

$$R_\alpha \cong 0,52 \text{ cm}$$

cu grosimea masică de semiatenuare se calculează coeficientul masic și apoi cel liniar de absorbție:

$$\mu_m = \frac{\ln 2}{d_{1/2}} \Rightarrow \mu = \rho \frac{\ln 2}{d_{1/2}}$$

de unde, drumul liber mediu λ al fotonilor gama este :

$$\lambda = \frac{1}{\mu} = \frac{d_{1/2}}{\rho \ln 2} \Rightarrow \lambda = \frac{10,08}{1,29.10^{-3} \cdot 0,693} \text{ cm}$$

adică

$$\lambda \cong 113 \text{ m.}$$

Se constată că parcursul radiațiilor beta este cu trei ordine de mărime superior celui pentru particulele alfa, iar drumul liber mediu al radiației gama este cu cinci ordine de mărime superior parcursului particulelor alfa.

R : $R_\alpha \cong 5,2$ cm
$R_\beta \cong 3,06$ m
$\lambda(\mu) \cong 113$ m

V.19. Să se determine drumul liber mediu λ al neutronilor termici în : hidrogen, bor și cadmiu, dacă secțiunile eficace microscopice de absorbție sînt respectiv : $\sigma_1 = 42$ barn, $\sigma_2 = 755$ barn, $\sigma_3 = 2600$ barn, iar densitățile corespunzătoare sînt : $\rho_1 = 8,85.10^{-5}$ g/cm^3, $\rho_2 = 2,34$ g/cm^3 și $\rho_3 = 8,66$ g/cm^3. Ce energie E_n au neutronii termici?

BCU CLUJ CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Rezolvare

Fasciculul de neutroni, la trecerea prin substanţă este atenuat după o lege exponenţială :

$$I = I_0 e^{-\mu x}$$

unde coeficientul liniar de absorbţie μ este secţiunea macroscopică de absorbţie, dată de produsul dintre secţiunea microscopică de absorbţie σ şi numărul N de nuclee-ţintă dintr-un cm^3 de absorbant:

$$\mu = \sigma N \qquad \text{şi} \qquad N = \rho N_0 / A$$

unde ρ - densitatea absorbantului, N_0 - numărul lui Avogadro şi A - numărul de masă al nucleelor-ţintă.

Ca şi pentru radiaţiile gama (problema precedentă), drumul liber mediu λ pentru neutroni este inversul coeficientului liniar de absorbţie :

$$\lambda = 1/\mu$$

Rezultă astfel după transformarea unui barn în cm^2 :

- pentru hidrogen :

$$\lambda_1 = \frac{A_1}{\rho_1 \sigma_1 N_0} = \frac{1}{8,85.10^{-5}.42.10^{-24}.6,02.10^{23}} = 4,45 \text{ m}$$

- pentru bor :

$$\lambda_2 = \frac{A_2}{\rho_2 \sigma_2 N_0} = \frac{11}{2,34.755.10^{-24}.6,02.10^{23}} = 0,1 \text{ mm}$$

- pentru cadmiu :

$$\lambda_3 = \frac{A_3}{\rho_3 \sigma_3 N_0} = \frac{113}{8,66.2600.10^{-24}.6,02.10^{23}} = 0,083 \text{ mm}$$

Neutronii se numesc termici dacă energia lor este de ordinul energiei de agitaţie termică la temperatura camerei ($T = 293$ K), deci

$$E = K T \Rightarrow E_n = 0,025 \text{ eV}$$

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

unde K - constanta lui Boltzman.

R : pentru H_2 - λ_1 = 4,45 m
pentru B - λ_2 = 0,1 mm
pentru Cd - λ_3 = 0,083 mm
E_a = 0,025 eV

V.20. Stiind că pentru neutronii cu energia de 1 MeV secţiunea eficace microscopică de interacţiune cu hidrogenul este σ_1 = 20 barn, iar pentru cei termici secţiunea corespunzătoare este σ_2 = 40 barn. Să se calculeze în ce raport K se află probabilităţile de interacţiune în cele două cazuri. Acelaşi raport K' se cere şi pentru interacţiunea neutronilor cu borul, dacă secţiunile microscopice eficace sînt respectiv σ'_1 = 6,2 barn şi σ'_2 = 755 barn.

Rezolvare

Legea de atenuare exponenţială a fasciculului de neutroni

$$I = I_0 e^{-N\sigma x}$$

precizează că pe distanţa x parcursă în substanţă, intensitatea fasciculului de neutroni se reduce la valoarea I, iar fracţiunea din numărul iniţial de neutroni care au interacţionat cu nucleele mediului pe distanţa dată este :

$$1 - e^{-N\sigma x}$$

expresie care dă şi probabilitatea p ca un neutron să interacţioneze pe această distanţă. Pentru

$$N \cdot d\sigma \ll 1 \quad \Rightarrow \quad p \cong N \cdot \sigma d$$

p fiind probabilitatea; rezultă pentru K expresia :

$$K = \frac{N\sigma_1 d}{N\sigma_2 d} \Rightarrow K = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{1}{2}$$

Pentru bor se obţine în mod analog :

$$K' = \frac{\sigma_1'}{\sigma_2'} = \frac{6,2}{755} = 8,2 \cdot 10^{-3}$$

Se constată că hidrogenul are eficacitatea de interacţiune de acelaş ordin de mărime şi pentru neutronii rapizi ca şi pentru cei termici, pe cînd la bor aceste eficacităţi diferă prin trei ordine de mărime, fiind mare pentru neutronii termici.

R : $K = 1/2$

$K' = 8,2.10^{-3}$

V.21. Un neutron rapid, avînd energia cinetică E_0, se ciocneşte elastic cu un nucleu de număr de masă A. Să se calculeze:

a) - energia maximă ΔE_M şi cea minimă ΔE_m pe care electronul o poate pierde la această ciocnire;

b) - energia medie ΔE pe care neutronul o pierde la ciocnirea elastică cu nucleul.

Rezolvare

a) - In urma ciocnirii elastice cu nucleul avînd numărul de masă A, neutronul rămîne cu energia $E = mv^2/2$, care depinde de energia iniţială $E_0 = mv_0^2/2$ conform relaţiei :

$$\frac{E}{E_0} = \frac{v^2}{v_0^2} = \frac{A^2 + 2A\cos\theta + 1}{(A+1)^2}$$

unde θ este unghiul dintre vectorul viteză al neutronului

după ciocnire şi vectorul viteză iniţială în sistemul centrului de masă ($0 \leq \Theta \leq \pi$). De aici rezultă că energia maximă pierdută de neutron la ciocnirea elastică este :

$$\Delta E_M = E_o - E_{min} = E_o \left[1 - \frac{A^2 + 2A(\cos\Theta)_{min} + 1}{(A+1)^2} \right]$$

Deoarece $(\cos\Theta)_{min} = -1$ rezultă pentru ΔE_M valoarea :

$$\Delta E_M = E_o \left[1 - \frac{(A-1)^2}{(A+1)^2} \right] \Rightarrow \Delta E_M = E_o(1-\alpha)$$

unde cu α s-a notat expresia :

$$\alpha = \frac{(A-1)^2}{(A+1)^2}$$

Energia minimă pierdută se obţine pentru

$$(\cos\Theta)_{max} = 1$$

deci :

$$\Delta E_m = E_o \left[1 - \frac{(A+1)^2}{(A+1)^2} \right] \Rightarrow \Delta E_m = 0$$

b)- Energia medie pierdută de neutron la ciocnirea elastică cu nucleul este :

$$\Delta E = \overline{E_o - E} = E_o - E_o \frac{\overline{(A^2 + 2A\cos\Theta + 1)}}{(A+1)^2}$$

sau

$$\Delta E = E_o \left[1 - \frac{A^2 + 2A\,\overline{(\cos\Theta)} + 1}{(A+1)^2} \right]$$

Valoarea medie pentru $\cos\Theta$ se calculează astfel:

$$\overline{\cos\Theta} = \frac{\int_0^{\pi} \cos\Theta\, d\Theta}{\int_0^{\pi} d\Theta} = \frac{\int_0^{\pi} d(\sin\Theta)}{\int_0^{\pi} d\Theta} = \frac{\sin\Theta\Big|_0^{\pi}}{\Theta\Big|_0^{\pi}} = \frac{0}{\pi} = 0$$

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Rezultă că :

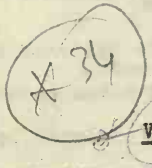
$$\Delta E = E_0 \left[1 - \frac{A^2+1}{(A+1)^2}\right] = E_0 \frac{2A}{(A+1)^2}$$

R : a) - $\Delta E_M = E_0(1 - \alpha)$

- $E_M = 0$

b) - $\Delta E = E_0 \frac{2A}{(A+1)^2}$

X 34



V.22. Un neutron cu energia $E_0 = 2,5$ MeV suferă un oarecare număr de ciocniri elastice cu nucleele de carbon şi ajunge la energia cinetică egală cu energia de agitaţie termică la temperatura normală (293 K), cînd energia neutronului termic este $E_t = 0,025$ eV. Să se calculeze :

a) - numărul minim de ciocniri N în grafit, pentru neutronul cu energia iniţială E_0 pentru ca în final să aibă energia E_t;

b)- numărul mediu de ciocniri $\overline{N}$ în aceeaşi situaţie

Rezolvare

a) Numărul minim de ciocniri se obţine cînd neutronul realizează la fiecare ciocnire transferul maxim de energie. Fracţiunea maximă a energiei pierdute de un neutron prin ciocnirea elastică cu nucleul de număr de masă A este :

$$\frac{E_0 - E_1}{E_0} = 1 - \alpha \qquad \text{unde} \qquad \alpha = \left(\frac{A-1}{A+1}\right)^2$$

cînd energia neutronului după o astfel de ciocnire devine

$$E_1 = \alpha E_0$$

După N ciocniri cu transfer maxim de energie, neutronul va

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

avea energia :

$$E_t = \alpha^N \cdot E_0$$

de unde :

$$N = \frac{\lg(E_t / E_0)}{\lg \alpha}$$

Pentru carbon, $A = 12$ şi $\alpha = (11/13)^2$, de unde :

$$N = \frac{\lg(2,5 \cdot 10^{-2} / 2,5 \cdot 10^{6})}{2 \lg(11/13)} \Rightarrow N \cong 56 \text{ ciocniri}$$

b)- Energia medie după o cioncire a neutronului de energie E_0 cu nucleul de număr de masă A, este :

$$\bar{E}_1 = E_0 \left[1 - 2A/(A+1)^2\right]$$

care pentru $A = 12$ devine :

$$\bar{E}_1 = E_0 \cdot \frac{145}{169} = E_0 \cdot \eta$$

După $\bar{N}$ ciocniri se obţine :

$$E_t = E_0 \cdot \eta^{\bar{N}} \Rightarrow \bar{N} = \frac{\lg(E_t/E_0)}{\lg \eta}$$

Se obţine :

$$\bar{N} = \frac{\lg(2,5 \cdot 10^{-2}/2,5 \cdot 10^{6})}{\lg(145/169)} \Rightarrow \bar{N} = \frac{-8}{2,16137 - 2,22789}$$

$$\bar{N} \cong 120$$

R : a) $N = 56$ ciocniri

b) $\bar{N} = 120$ ciocniri.

V.23. Pentru neutronii termici, secţiunea eficace microscopică de interacţiune cu nucleele de hidrogen este $\sigma_1 = 40$ barn, cu nucleele de deuteriu este $\sigma_2 = 7$ barn şi

cu cele de oxigen $\sigma_3 = 4,2$ barn. Să se calculeze atenuarea a pe care o suferă un fascicul îngust de neutroni termici la trecerea sa printr-un strat de apă de grosime $x = 5$ cm, precum şi atenuarea a' cînd acesta trece printr-un strat de apă grea de aceeaşi grosime. Este preferabilă ca moderator apa grea sau cea obişnuită?

Rezolvare

Atenuarea fiind raportul dintre intensitatea fasciculului după interacţiune şi cea iniţială, trebuie exprimat coeficientul liniar de atenuare funcţie de secţiunile microscopice de interacţiune. Pentru apă, secţiunea microscopică eficace de interacţiune este :

$$\sigma = 2\sigma_1 + \sigma_3$$

iar coeficientul liniar de atenuare este :

$$\mu = \sigma N \qquad \text{unde} \qquad N = \rho N_0/M$$

cu N- numărul de molecule de apă dintr-un cm^3, ρ - densitatea acesteia şi M - masa ei molară. Rezultă pentru μ valoarea :

$$\mu = (2.40 + 4,2)10^{-24} \cdot 10^{23}.6,02/18 = 2,8\ cm^{-1}$$

încît atenuarea devine :

$$a = I/I_0 = e^{-\mu x} = e^{-2,8.5} = 8,3.10^{-5}$$

Pentru apa grea se obţine analog :

$$\mu' = (2.\sigma_2 + \sigma_3)\rho'.N_0/M' \Rightarrow \mu' = 0,6\ cm^{-1}$$

şi atenuarea :

$$a' = I'/I_0 = e^{-\mu x} = e^{-0,6 \cdot 5} \cong 5.10^{-2}$$

Deşi atenuarea, pentru grosimea de atenuator considerată, este

cu trei ordine de mărime mai eficace în apa obişnuită, totuşi ca moderator se utilizează apa grea, care spre deosebire de cealaltă, are (cum rezultă din literatură) o secţiune eficace de absorbţie practic neglijabilă pentru neutroni

$$\underline{R}: \quad a = 8{,}3.10^{-5}$$
$$a' = 5.10^{-2}$$

B I B L I O G R A F I E

1. Price W.J. - "Nuclear radiation detection" - N.Y.Toronto-London - 1958
2. Fenyves E., Haiman O., - "The physical principles of nuclear radiation measurements" - - AK. Kiado - Budapest - 1969
3. Irodov I., Saveliev I., Zamcha O., - Recueil de problèmes de physique générale" - Ed.MIR- Moscou-1976
4. Ioniţă G., - "Fizică nucleară" - vol.II- Multiplicat Universitatea Iaşi 1960
5. x x x - "Lucrări practice de fizică nucleară" - Multiplicat Universitatea - Bucureşti-1982

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Copy

VI. DETECTIA RADIATIILOR NUCLEARE

VI.1. O cameră de ionizare cu plăci plan-paralele, umplută cu aer NTP, servește la măsurători asupra particulelor alfa emise de ^{227}Ac, care au energia $E_\alpha = 5$ MeV. Să se determine :

a) distanța d dintre plăci ca permite ca parcursul particulelor alfa să se afle în întregime în cameră;

b) diferența de potențial U_0 aplicată plăcilor astfel ca ionii pozitivi formați să aibă viteza de drift $v_i = 15$ m/s, dacă mobilitatea lor este $\mu_i = 1,4.10^{-4}$ atm.m^2/V

c) timpul t_c necesar colectării ionilor pozitivi în aceste condiții;

d) sarcina Q formată în cameră de către o singură particulă alfa, dacă energia de formare a unei perechi de ioni este $w_i = 32,5$ eV;

e) curentul de saturație I_i cînd camera lucrează în regim de integrare, dacă fluxul de particule alfa ce ajung în volumul sensibil al camerei este $\phi = 5.10^4$ part/sec.

Rezolvare

a)- Este necesar ca distanța dintre plăci să fie cel puțin egală cu parcursul d_α al particulelor alfa în aer; din curba parcurs-energie (din anexe) se găsește că pentru $E_\alpha = 5$ MeV, parcursul este

$$d_\alpha = 3,5 \text{ cm} \Rightarrow d = d_\alpha = 3,5 \text{ cm}$$

b)- Viteza v_i a ionului este dată de relaţia :

$$v_i = \mu_i E / p = \mu_i U_o / pd$$

cu μ_i - mobilitatea ionului, E - cîmpul dintre plăci, p - presiunea aerului deci :

$$U_o = \frac{v_i \, pd}{\mu_i} = \frac{15 . 10^5 . 3,5 . 10^{-2}}{1,4 . 10^{-4} . 10^5} \Rightarrow U_o = 3750 \text{ V}$$

c)- Timpul de colectare a ionilor va fi :

$$t_c = \frac{d}{v_i} = \frac{3,5 . 10^{-2}}{15} = 2,33 . 10^{-3} \text{ s}$$

d)- Numărul de perechi de ioni formaţi de o particulă alfa este :

$$N = \frac{E_\alpha}{w_i} \Rightarrow Q = eN = e \, E_\alpha / w_i = 2,46 . 10^{-14} \text{ C}$$

e)- După realizarea regimului staţionar, se colectează toţi ionii formaţi, încît curentul este produsul fluxului de particule cu sarcina produsă de ea :

$$I_s = \Phi_\alpha . Q = 5 . 10^4 . 2,46 . 10^{-14} = 1,23 . 10^{-9} \text{ A.}$$

R : a) - d = 3,5 cm

b)- U_o = 3750 V

c)- $t_c \cong 2,33 . 10^{-3}$ s

d)- $Q = 2,46 . 10^{-14}$ C

e)- $I_s = 1,23 . 10^{-9}$ A

BCU IASI | CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

VI.2. O cameră de ionizare cu plăci plan-paralele, umplută cu aer NTP, este iradiată cu un flux de particule alfa, ϕ = 25 particule/sec, de energie E_α = 6,1 MeV; capacitatea electrică a camerei este C = 10 pF, iar traiectoriile particulelor sînt conţinute în întregime în volumul sensibil al acesteia; să se determine :

a)- rezistenţa de intrare R_i pe care trebuie să o aibă circuitul de intrare cuplat cu camera, ca aceasta să funcţioneze în impuls, dacă timpul de colectare a ionilor produşi de o particulă alfa este t_c = 1 ms;

b)- variaţia ΔU a tensiunii dintre plăci la trecerea unei particule alfa;

c)- fluxul maxim de particule ϕ_m, pe care îl poate înregistra camera în regim de impuls.

Rezolvare

a)- Pentru funcţionarea în impuls trebuie ca circuitul de intrare să aibă constanta de timp $\tau = R_i C$, superioară timpului de colectare a sarcinilor produse de o particulă, dar inferioară intervalului mediu de timp în care se succed particulele în cameră :

$$t_c < R_i C < \frac{1}{\phi_\alpha} \Rightarrow 10^8 < R_i < 4.10^9$$

în acest caz se poate lua valoarea intermediară $R_i = 10^9$

b)- O particulă alfa formează $N = E_\alpha / w_i$ perechi de ioni, deci variaţia ΔU a tensiunii va fi :

$$\Delta U = \frac{Q}{C} = \frac{eN}{C} = \frac{e E_\alpha}{C w_i} = \frac{1,6.10^{-19}. 6,1 .10^6}{10. 10^{-12}. 32,5} \Rightarrow \Delta U = 3.10^{-3} \text{ V}$$

c)- Particulele alfa mai pot fi înregistrate separat dacă

$$R_1 C \leqslant \frac{1}{\phi_m} \Rightarrow \phi_m = \frac{1}{R_1 C} = \frac{1}{10^9 \cdot 10 \cdot 10^{-12}} =$$

$$= 100 \text{ particule/sec.}$$

R : a) $\frac{t_o}{C} < R_1 < \frac{1}{\phi_\alpha \cdot C} \Rightarrow R_1 = 10^9 \Omega$

b) $\Delta U = 3.10^{-3}$ V

c) $\phi_m = 100$ particule/sec

W 37

VI.3. O cameră de ionizare cilindrică cu aer şi peretele din cupru cu grosimea d = 0,5 mm, avînd capacitatea electrică C = 20 pF, este iradiată cu cuante gama de energie E_γ = 2,043 MeV, pentru care coeficientul liniar de absorbţie în cupru este $\mu = 0{,}367\ cm^{-1}$. Să se determine amplitudinea ΔU a impulsului de tensiune produs la trecerea unei cuante gama prin cameră. (Se neglijează absorbţia cuantelor gama în aerul din cameră şi se ia în considerare trecerea lor printr-un singur perete).

Rezolvare

Variaţia ΔU a tensiunii produse la trecerea unei cuante este :

$$\Delta U = \frac{Q}{C}$$

unde Q este sarcina produsă de cuantă, C- capacitatea electrică a camerei; numărul N de perechi de ioni formaţi de o cuantă este :

$$N = \frac{\Delta E_\gamma}{w_i}$$

unde ΔE - energia pierdută de cuantă în peretele camerei şi w_i energia de formare a unei perechi de ioni. Din legea de

absorbţie a radiaţiei gama în substanţă se obţine :

$$\Delta E_\gamma = E_\gamma (1 - e^{-\mu d}) = 2{,}043(1 - e^{-0{,}1835}) =$$

$$\Delta E_\gamma \cong 0{,}34 \text{ MeV}$$

De aici, variaţia tensiunii va fi :

$$\Delta U = \frac{N_e}{C} = \frac{e}{C} \cdot \frac{\Delta E_\gamma}{w_i} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}}{20 \cdot 10^{-12}} \cdot \frac{0{,}34 \cdot 10^{6}}{32{,}5} \Rightarrow \Delta U = 84{,}3\ \mu V$$

R : $\Delta U = 84{,}3\ \mu V$

VI.4. O cameră de ionizare cilindrică, de diametru d = 10 cm şi lungime l = 15 cm, conţine aer NTP; perpendicular pe axa (după verticală) cade un flux de mezoni proveniţi din razele cosmice, de valoare Φ = 1 particule/cm^2.min., iar un mezon produce n_o = 85 perechi de ioni pe un centimetru de parcurs în cameră. Să se calculeze cu cît se modifică potenţialul în 24 ore (ΔU), capacitatea electrică a camerei fiind C = 15 pF. Se consideră că descărcarea se face numai prin ionizarea produsă de mezoni.

Rezolvare

Variaţia ΔU a potenţialului dintre electrozi va fi dată de sarcina ΔQ a ionilor formaţi în timpul considerat :

$$\Delta U = \frac{\Delta Q}{C} = \frac{e\,N}{C}$$

Numărul perechilor de ioni formaţi în timpul t este :

$$N = n_o \cdot R_m \cdot n$$

unde n_o - numărul de perechi de ioni formaţi pe 1 cm de parcurs al mezonului, R_m - parcursul mediu al mezonilor în camera de ionizare, n- numărul de mezoni ce trec prin cameră în timpul

Numărul mezonilor este dat de fluxul Φ, de suprafaţa secţiunii camerei, S = l.d, normale la direcţia mezonilor, precum şi de timpul considerat :

$$n = \Phi \, St = 1 \cdot 15 \cdot 10.24.60 = 2{,}16 \cdot 10^5$$

se constată că prin cameră trec $2{,}16 \cdot 10^5$ mezoni în 24 ore.

Parcursul mediu R_m al mezonului se calculează ţinînd seama că parcursul mezonului în cameră este (fig.6.1)

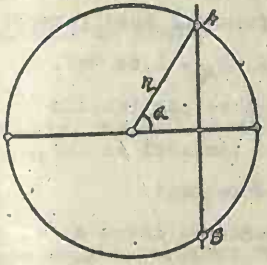


Fig.6.1.

$$R = AB = 2r \sin\alpha = d \sin\alpha$$

de :

$$R_m = \overline{d \sin\alpha} = \bar{d}\,\overline{\sin\alpha}$$

dar :

$$\overline{\sin\alpha} = \frac{\int_0^{\pi} \sin\alpha \, d\alpha}{\int_0^{\pi} d\alpha} = \frac{2}{\pi} \Rightarrow R_m = \frac{2d}{\pi}$$

Se găseşte astfel că ΔU este : $\Delta U = \frac{e}{C} n_0 R_m \tau$

deci :

$$\Delta U = \frac{1{,}6.10^{-19} \cdot 85 \cdot 2.10.2{,}16.10^5}{15.10^{-12} \cdot 3{,}14} \Rightarrow \Delta U \cong 1{,}25 \text{ V}$$

R : $\Delta U \cong 1{,}25$ V.

VI.5 Un flux de neutroni termici $\Phi_0 = 10^{10}$ neutroni/cm^2. sec, străbate o cameră de ionizare ce conţine BF_3 şi argon, fiecare gaz avînd presiunea parţială de o atmosferă; parcursul mediu al neutronilor în camera de ionizare este d = 12 cm iar secţiunea ei normală pe direcţia fluxului este

BIBLIOTECA CENTRALĂ UNIVERSITARĂ

$S = 500\ cm^2$. Să se calculeze :

a)- eficacitatea $\mathcal{E}$ a camerei pentru neutroni termici, dacă secţiunea eficace microscopică a nucleului ^{10}B pentru captura neutronilor termici este $\sigma_c = 755$ barn, iar abundenţa izotopică relativă a acestui izotop este $a = 19,6\ \%$;

b)- curentul de ionizare I_α produs de către particulele alfa rezultate din reacţia $^{10}B(n, \alpha)^{7}Li$ şi care ionizează moleculele de argon; energia necesară formării unei perechi de ioni în argon este $w_i = 25,4$ eV, energia $E_\alpha = 1,64$ MeV. Se consideră că numai fracţiunea $K = 1/8$ dintre particulele alfa produc ionizări în argon, celelalte dînd ionizări în BF_3, aceşti ioni recombinîndu-se înainte de a fi colectaţi.

c)- curentul de ionizare I_{Li} produs de către nucleele de Li rezultate din reacţie, a căror energie este $E_{Li} = 0,93$ MeV, dacă eficacitatea de colectare este tot $K = 1/8$.

Rezolvare

a)- Eficacitatea de detecţie este în acest caz raportul dintre numărul neutronilor detectaţi şi numărul celor incidenţi :

$$\mathcal{E} = \Delta\Phi / \Phi_0$$

unde $\Delta\Phi$ este partea de flux care interacţionează cu nucleele ^{10}B :

$$\Delta\Phi = \Phi_0 (1 - e^{-N_0 \sigma_c d})$$

cu N_0 - numărul de nuclee ^{10}B pe cm^3; acesta se obţine din legile gazului ideal : numărul de molecule BF_3 (deci de nuclee de bor) din cm^3 este :

$$n = N_A / V_m$$

unde N_A - numărul lui Avogadro, V_m- volumul molar (în cm^3), deci:

$$N_0 = a\,n = a\,\frac{N_a}{V_m} \Rightarrow N_0 = 0{,}196\,\frac{6{,}02\cdot10^{23}}{22{,}4\cdot10^{3}} \Rightarrow N_0 = 5{,}27\cdot10^{18}$$

Eficacitatea este :

$$\varepsilon = \frac{\Delta\Phi}{\Phi_0} = 1 - e^{-N_0\sigma_0 d} \cong N_0\,\sigma_0\,d = 4{,}64\cdot10^{-2} = 4{,}64\ \%$$

b)- Curentul I_α este dat de sarcina celor n_1 perechi de ioni formaţi de cele n_α particule alfa formate în unitatea de timp :

$$n_\alpha = \Delta\Phi \cdot S = \sigma\,\Phi_0\,S$$

de unde, numărul perechilor de ioni formaţi pe secundă este :

$$n_1 = K.\ n_\alpha \frac{E_\alpha}{w_1} \Rightarrow I_\alpha = e\,K\,\sigma\,\Phi_0\,S\,E_\alpha/w_1$$

care după înlocuirea valorilor devine :

$$I_\alpha = 3{,}08\cdot10^{-4}\ A$$

c)- Pentru curentul determinat de nucleele de Li, se obţine analog :

$$I_{Li} = e.K.S.\varepsilon\,.\,\Phi_0.\,E_{Li}/w_1 \Rightarrow I_{Li} = 1{,}62\cdot10^{-4}\ A$$

R : a)- $\sigma = 4{,}64\ \%$

b)- $I_\alpha = 3{,}08\cdot10^{-4}$ A

c)- $I_{Li} = 1{,}62\cdot10^{-4}$ A

VI.6. Să se facă o paralelă între camerele de ionizare ce funcţionează în impuls şi cele în regim de integrare.

Rezolvare

In ambele tipuri de camere, ionii primari produşi de radiaţia nucleară, sînt colectaţi fără a suferi o prealabilă

amplificare în gaz.

Camera de ionizare integratoare nu detectează trecerea individuală a particulelor nucleare, ci sumează impulsurile date de fiecare particulă, măsurînd un curent de ionizare mediu. Timpul de integrare, în care se sumează impulsurile, este constanta de timp a camerei şi este dată de produsul RC dintre rezistenţa circuitului de ieşire a camrei şi capacitatea ei electrică.

Camera de ionizare în impuls detectează impulsurile individuale de curent, date de trecerea fiecărei particule nucleare în cameră. Cum mobilitatea ionilor este cu trei ordine de mărime inferioară celei a electronilor, ionii vor necesita un cîmp de colectare t_i mult mai mare decît cel de colectare a electronilor t_e; impulsul de curent prezintă astfel o componentă rapidă-electronică şi alta lentă - ionică. Prin alegerea convenabilă a constantei de timp RC, se poate colecta numai componenta electronică şi în acest caz camera de ionizare în impuls se numeşte rapidă, spre deosebire de cea lentă ce colectează şi ionii. In camera lentă, amplitudinea impulsului este proporţională cu ionizarea totală, adică cu numărul total de ioni produşi în cameră, pe cînd la camera rapidă, această proporţionalitate este doar aproximativă.

Cînd se are în vedere valoarea absolută a curentului de ionizare, se foloseşte camera integratoare sau cea în impuls-lentă, iar cînd se urmăreşte doar marcarea trecerii particulelor de la surse cu activitate ridicată, se utilizează camera în impuls-rapidă, ce poate da impulsuri foarte scurte.

Deoarece curentul de ionizare de la camera integratoare şi impulsul de curent de la cea în impulsuri, au valori

mici, se impune utilizarea unor izolatori foarte buni între electrozi, încît scurgerea sarcinilor prin aceştia să rămînă neglijabilă.

Cînd se lucrează cu camera integratoare în regim de saturaţie se foloseşte geometria plan-paralelă, căci în cea cilindrică, saturaţia este dificil de obţinut.

Camerele în impuls rapide sînt preferabile celor lente.

VI.7. Un contor proporţional de geometrie cilindrică, avînd raza catodului $r_c = 1{,}5$ cm şi cea a anodului $r_a = 5.10^{-3}$ cm, este umplut cu argon la presiunea $p = 100$ torr, la care drumul liber mediu al electronului este $\lambda = 6{,}8.10^{-4}$cm. Să se determine valoarea tensiunii de prag U_p, dacă valoarea potenţialului de ionizare pentru argon este $U_i = 15{,}8$ V.

Rezolvare

Tensiunea de prag U_p este tensiunea de la care se trece de la regimul camerei de ionizare, fără amplificarea în gaz, la regimul de contor proporţional, la care sarcinile iniţiale se multiplică prin noi ionizări în gaz, dar curentul rămîne proporţional cu sarcinile iniţiale, deci cu energia pierdută de radiaţia nucleară în detector.

La tensiunea U_p electronii formaţi în gaz obţin în cîmp, pe o distanţă egală cu drumul liber mediu, o energie egală cu cea necesară ionizării moleculelor de gaz; peste această tensiune aplicată electrozilor, electronii rezultaţi din ionizarea primară obţin o energie suficientă pentru a ioniza la rîndul lor moleculele gazului, producînd astfel multiplicarea sarcinii primare.

Energia cîştigată de electron în cîmp este :

$$e\,U_i = e\int_{U_1}^{U_2} dU = e\int_{r_1}^{r_2} E\,dr$$

unde E este cîmpul electric dintre electrozi, care pentru detectorul cilindric are expresia de la condensatorul cilindric şi anume :

$$E = \frac{U}{r\,\ln(r_c/r_a)}$$

de aici :

$$e\,U_i = e\int_{r}^{r+\lambda} E\,dr = \frac{U_p}{\ln(r_c/r_a)}\int_{r}^{r+\lambda}\frac{dr}{r}$$

sau :

$$U_i = U_p\,\ln[(r+\lambda)/r] \quad /\ln(r_c/r_a) \Rightarrow U_p = U_i\,\frac{\ln(r_c/r_a)}{\ln(1+\lambda/r)}$$

Considerînd că iniţial electronul se afla la distanţa λ de anod, deci la care $r = r_a + \lambda$, şi se apropie pînă la anod, deci la distanţa r_a de ax, se obţine :

$$U_p = U_i\,\frac{\ln(r_c/r_a)}{\ln(1+\lambda/r_a)} \Rightarrow U_p \cong 335\ V$$

Sub tensiunea U_p contorul lucrează ca o cameră de ionizare în impuls (cu coeficientul de amplificare $M = 1$), iar peste aceasta, ajunge în regim de contor proporţional ($M > 1$).

R : $U_p \cong 335$ V

VI.8. Un contor proporţional de formă cilindrică are raza catodului $r_c = 1$ cm, fiind umplut cu argon la presiunea 100 torr; capacitatea electrică a contorului este $C = 20$ pF.

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

coeficientul de multiplicare a sarcinilor în gaz este $M = 10^4$, iar energia de ionizare a argonului este $w_i = 15,8$ eV. Contorul fiind iradiat normal pe axa lui, să se calculeze impulsul de tensiune ΔU de la bornele sale, în următoarele cazuri :

a)- cînd sînt detectate particulele alfa cu energia $E_\alpha = 3,5$ MeV, dacă parcursul lor în argon este $R_\alpha = 1,9$ cm iar distanţa medie parcursă de particulele alfa în contor este $\bar{p} = 0,8$ cm;

b)- cînd prin contor trec radiaţii beta cu energia $E'_\beta = 3,5$ MeV, pentru care ionizarea specifică este $a'_c = 18,5$ perechi de ioni pe 1 cm de parcurs şi respectiv radiaţii beta cu energia $E''_\beta = 1$ MeV, cu ionizarea specifică $a''_c = 22,5$ perechi de ioni pe cm de parcurs în contor.

Rezolvare

a)- Mărimea impulsului de tensiune este :

$$\Delta U_\alpha = \frac{\Delta Q}{C} = \frac{M \cdot \Delta q}{C}$$

unde ΔQ este sarcina colectată de contor la trecerea particulei alfa, iar Δq - sarcina ionilor primari produşi de aceasta. Numărul total de perechi de ioni formaţi de particulă este :

$$N = E_\alpha / w_i$$

iar a celor formaţi pe distanţa $\bar{p} < R_\alpha$ este :

$$N \cdot \frac{\bar{p}}{R_\alpha} = \frac{E_\alpha \cdot \bar{p}}{w_i \cdot R_\alpha}$$

cum $\Delta q = eN$, rezultă pentru ΔU_α expresia :

$$\Delta U_\alpha = \frac{M}{C} \cdot \frac{e\, E_\alpha \cdot \bar{p}}{w_i \cdot R_\alpha} = \frac{10^4}{20.10^{-12}} \cdot \frac{1,6.10^{-19}.3,5.10^6.0,8}{15,8.1,9} \Rightarrow \Delta U_\alpha = 7,46 \text{ V}$$

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

b)- Pentru radiaţiile beta, impulsul de tensiune este :

$$\Delta U_\beta = \frac{M}{C} \cdot \Delta q = \frac{M}{C} e \cdot n_o \bar{d}$$

unde n_o - ionizarea specifică şi $\bar{d}$ - distanţa medie parcursă de radiaţiile beta în contor. Această distanţă, în geometria dată, este :

$$d = 2r \sin\varphi$$

unde φ variază între 0 şi π . Rezultă pentru distanţa medie

$$\bar{d} = \overline{2r \sin\varphi} = 2r\ \overline{\sin\varphi} = 2r \cdot 2/\pi = 4r/\pi$$

deci :

$$\Delta U_2 = \frac{M}{C} \cdot \frac{e \cdot n_o\ 4r}{\pi}$$

Pentru $E'_\beta = 3,5$ MeV se obţine :

$$\Delta U'_\beta = 1,88 \text{ mV}$$

iar pentru $E''_\beta = 1$ MeV :

$$\Delta U''_\beta = 2,29 \text{ mV}$$

Se constată o mare deosebire (trei ordine de mărime) între impulsurile date de radiaţiile cu ionizare specifică mult diferită (particulele alfa şi radiaţiile beta).

R : a)- $\Delta U_\alpha = 7,46$ V

b)- $\Delta U'_\beta = 1,88$ mV

$\Delta U''_\beta = 2,29$ mV

VI.9. Un contor proporţional cu diametrul $d = 3$ cm şi capacitatea electrică $C = 15$ pF, conţine argon la presiunea $p = 100$ torr şi este iradiat normal faţă de axă cu radiaţii beta cu energia $E_\beta = 2$ MeV, care au ionizarea specifică $n_o = 20$ perechi de ioni pe 1 cm de parcurs. Amplificatorul cu care este

BIBLIOTECA CENTRALĂ UNIVERSITARĂ IAŞI

cuplat contorul are sensibilitatea de intrare S = 1 mV; să se calculeze :

a)- factorul de amplificare minim M_m pe care trebuie să-l realizeze contorul;

b)- factorul de amplificare minim M_m' necesar cînd presiunea se măreşte de K' ori;

c)- factorul de amplificare minim M_m'' necesar cînd tensiunea aplicată contorului creşte de K'' ori.

Rezolvare

a)- Impulsul de tensiune dat de contor, trebuie să fie cel puţin egal cu impulsul minim acceptat de amplificator:

$$U_m = S$$

deci:

$$U_m = M_m . e . n_o . \frac{4r}{c\pi}$$

(ca şi la problema precedentă); deci :

$$M_m = \frac{c\pi \Delta U_m}{4\, r.e.n_o} = \frac{c.\pi . S}{4.r.e.n_o}$$

adică :

$$M_m = \frac{1,5.10^{-11}.3,14.10^{-3}}{2.3.1,6.10^{-19}.20} \Rightarrow M_m \cong 2,5.10^3$$

b)- Cînd presiunea gazului devine $p' = k'p$, densitatea se măreşte :

$$\rho' = k'\rho$$

iar parcursul maxim al radiaţiilor beta fiind invers proporţional cu densitatea, se va micşora corespunzător :

$$R_\beta' = R_\beta / K'$$

încît ionizarea specifică, ce are expresia $n_o = E_\beta / R_\beta$, devine:

$$n_o' = n_o K'$$

Factorul de multiplicare în gaz, M, fiind invers proporţional cu ionizarea specifică, rezultă :

$$M_m' = M_m / K'$$

deci M_m se micşorează de k' ori la creşterea de k' ori a presiunii din tub ;

c)- Se constată că nici una dintre mărimile care intră în expresia coeficientului de multiplicare minim nu este afectată de modificarea tensiunii aplicate contorului. Rezultă că :

$$M_m'' = M_m$$

adică la creşterea tensiunii aplicate contorului, coeficientul minim de multiplicare nu se modifică.

R : a) - $M_m = 2{,}5.10^3$

b) - $M_m' = M_m / K'$

c) - $M_m'' = M_m$

VI.10. Un contor proporţional cu raza anodului $r_a = 5.10^{-3}$ cm şi cea a catodului $r_c = 1{,}5$ cm, este umplut cu metan (cu energia de ionizare $w_i = 14{,}5$ eV) la o presiune pentru care parcursul liber mediu al electronului este $\lambda = 5.10^{-4}$cm. Să se calculeze diametrul d al zonei din jurul anodului, în care electronii formaţi în contor pot ioniza moleculele de metan, realizînd astfel multiplicarea în gaz a ionilor primari creaţi de radiaţia nucleară. Tubului i se aplică tensiunea U = 1000 V.

Rezolvare

Electronul obţine energie suficientă pentru ionizarea moleculelor gazului, dacă se mişcă într-o zonă în care cîmpul electric să fie suficient de intens, încît pe distanţa dintre

două ciocniri să-i comunice o energie cel puţin egală cu energia de ionizare w_i :

$$e \int_{r_1}^{r_2} E \, dr \geq w_i$$

Cînd contorului i se aplică tensiunea U, cîmpul electric într-un punct situat la distanţa r de ax are valoarea :

$$E(r) = \frac{U}{r \ln(r_c/r_a)}$$

deci :

$$\frac{eU}{\ln (r_c/r_a)} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = w_i \Rightarrow \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{w_i \ln(r_c/r_a)}{e\,U}$$

sau

$$\ln (r_2/r_1) = \frac{w_i}{eU} \ln (r_c/r_a) = K$$

Electronul situat iniţial la distanţa $r_o + \lambda$ se deplasează cu distanţa λ spre ax, ajungînd la distanţa r_o de acesta, deplasarea făcîndu-se în sens invers creşterii lui r, deci :

$$K = \ln (r_2/r_1) = \ln \left[(r_o + \lambda)/r_o \right]$$

Se obţine astfel :

$$K = \frac{w_i}{eU} \ln (r_c/r_a) = \frac{14,5}{103} \ln (1,5/5.10^{-3})$$

deci

$$K = 0,0826 \Rightarrow 1 + \frac{\lambda}{r_o} = 1,0856 \Rightarrow r_o = \frac{\lambda}{0,0856}$$

adică :

$$r_o = 5.10^{-4}/8,56.10^{-2} = 5,84.10^{-3} \text{ cm}$$

Zona în care are loc multiplicarea sarcinilor în contorul proporţional este deci cuprinsă între cilindrul anodic, de rază r_a şi cilindrul coaxial de rază r_o, deci zona de multiplicare este

o teacă cilindrică în jurul anodului, de grosime :

$$\Delta r = r_c - r_a = 8,4\ \mu m$$

$$R : d = 2r_c = 1,168.10^{-2} cm.$$

VI.11. Un contor Geiger-Müller cu raza catodului $r_c = 2$ cm şi cea a anodului $r_a = 2.10^{-2}$ cm, conţine argon la presiunea $p = 200$ torr; tensiunea aplicată între electrozi fiind $U = 1200$ V iar mobilitatea ionilor pozitivi de argon $\mu = 1,04.10^3$ cm^2.torr/V.s, să se calculeze :

a)- timpul t_c de colectare a ionilor pozitivi;

b)- timpul mort τ al contorului, considerînd că sarcinile se colectează pînă cînd teaca de ioni pozitivi de lîngă anod ajunge la distanţa $d = 1,3$ cm de suprafaţa acestuia.

Rezolvare

a) Timpul de colectare a ionilor este timpul în care ionii pozitivi (care se formează în apropierea anodului, unde cîmpul electric are valoarea maximă şi accelerează electronii, comunîncîdu-le suficientă energie încît să ionizeze moleculele gazului) se deplasează de la locul de formare pînă la catod.

Se scrie ecuaţia de mişcare a ionului în cîmpul electric din contor şi de aici se obţine timpul de deplasare pînă la catod; cîmpul electric în tub este cel de la condensatorul cilindric :

$$E = \frac{U}{r \ln(r_c/r_a)}$$

unde r- distanţa de la punctul considerat la ax, r_c şi r_a - date, U- potenţialul anod-catod. Viteza ionului este determinată de cîmpul E, de mobilitatea μ şi de presiunea p a gazului

din tub :

$$v = \frac{dr}{dt} = \frac{\mu E}{p} \Rightarrow \frac{dr}{dt} = \frac{\mu U}{pr \ln (r_c/r_a)}$$

deci :

$$r\,dr = \frac{\mu U}{p \ln (r_c/r_a)}\,dt \Rightarrow \int_{r_a}^{r_c} r\,dr = \frac{\mu U}{p \ln(r_c/r_a)} \int_0^{t_c} dt$$

de unde :

$$t_c = \frac{(r_c^2 - r_a^2)\, p \ln(r_c/r_a)}{2\mu U} \Rightarrow t_c = 7{,}36.10^{-4}\ s$$

b)- Informaţia asupra numărului de radiaţii ce trec prin detector se păstrează şi dacă durata impulsului se ia mai mică decît timpul t_c, caz în care amplitudinea impulsului va fi mai mică decît dacă se colectează toate sarcinile din tub. Dacă se impune ca sarcinile să fie culese în timpul τ în care ionii ajung din locul de formare (de lîngă anod) pînă la distanţa d = 1,3 cm de acesta, atunci integrala anterioară are limitele r_a şi $(r_a + d)$. In acest caz se obţine :

$$\tau = \frac{(r^2 - r_a^2).p.\ln(r_c/r_a)}{2\mu U} \Rightarrow \tau \cong 3{,}2\ .10^{-4}\ s$$

Se constată că în acest fel s-a micşorat timpul mort, care nu este necesar să fie chiar egal cu timpul de colectare a ionilor pozitivi.

R : $t_c \cong 7{,}36\ .10^{-4}$ s
$\tau \cong 3{,}2\ .10^{-4}$ s

VI.12. Un contor Geiger-Müller cu raza catodului r_c = 2 cm şi cea a anodului $r_a = 1{,}3.10^{-2}$ cm, conţine argon la presiunea p = 100 torr, iar între electrozi este aplicată

tensiunea $U = 1100$ V. Să se calculeze la ce distanță d de axul contorului, electronii obțin pe parcursul unui drum liber mediu λ, energia necesară ionizării moleculelor de argon. Se dau : pentru argon NTP - drumul liber mediu $\lambda_o = 2{,}4.10^{-4}$ cm, energia de ionizare $w_i = 15{,}8$ eV.

Rezolvare

Energia obținută de electron cînd se deplasează radial între r_1 și r_2 în cîmpul E este :

$$w = e\int_{r_1}^{r_2} E\,dr \qquad \text{unde} \quad E(r) = \frac{U}{r\,\ln(r_c/r_a)}$$

Dacă electronul se află inițial la distanța $(d+\lambda)$ și se apropie pînă la distanța d (în sens invers față de creșterea lui r), va obține energia de ionizare w_i :

$$w_i = e\int_{d+\lambda}^{d} E(-dr) = \frac{eU}{\ln(r_c/r_a)}\int_{d}^{d+\lambda}\frac{dr}{r}$$

de unde :

$$\ln r\Big|_{d}^{d+\lambda} = \frac{w_i \ln(r_c/r_a)}{e\,U}$$

sau

$$\ln\left(1+\frac{\lambda}{d}\right) = \frac{w_i \ln(r_c/r_a)}{e\,U}$$

deci

$$\ln(1+\lambda/d) = \frac{15{,}8\ln(2/1{,}3.10^{-2})}{1{,}1\ .10^{3}} = 0{,}039 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d = 3{,}8.10^{-2}\ \text{cm}$$

(s-a ținut seama că $\lambda = \lambda_o\, p_o/p = 2.10^{-4}.760/100 = 1{,}52.10^{-3}$ cm)

Același rezultat se obține dacă se consideră cîmpul

electric ca fiind constant pe distanţa λ :

$$\mathcal{E} \cdot \lambda = w_i$$

şi deci :

$$d = \frac{e\,U\,\lambda}{w_i \ln (r_c/r_a)} \Rightarrow d \cong 3{,}8.10^{-2} \text{ cm}$$

Se constată că multiplicarea sarcinilor din ionizarea primară se realizează într-o zonă cilindrică din apropierea anodului, de grosime

$$d - r_a = 3{,}8.10^{-2} - 1{,}3.10^{-2} = 2{,}5.10^{-2} \text{ cm}$$

$$\underline{R} : \quad d \cong 3{,}8.10^{-2} \text{ cm}$$

VI.13. Să se compare timpul mort τ_p al contorului proporţional cu timpul mort τ_G al contorului Geiger-Müller, ambii contori avînd aceeaşi geometrie, cu acelaşi gaz de umplere (argon) la aceeaşi presiune.

Rezolvare

Pentru contorii de aceeaşi geometrie, timpul de colectare a ionilor pozitivi fiind :

$$t_c = \frac{(r_c^2 - r_a^2)\, p \ln (r_c/r_a)}{2\mu U}$$

rezultă că timpul t_c' al contorului proporţional faţă de t_c'' al contorului GM, se află în raportul :

$$\frac{t_c'}{t_c''} = \frac{U''}{U'} \Rightarrow \text{deoarece } U'' > U' \Rightarrow t_c' < t_c''$$

adică timpul de colectare a ionilor pozitivi pentru contorul proporţional este inferior celui pentru contorul GM.

In fapt, timpul de colectare a sarcinilor, deci durata impulsului, se ia inferioară lui t_c, care a fost socotit ca timpul de deplasare a ionilor pozitivi de lîngă anod pînă la catod. Astfel, cu ajutorul unei constante de timp convenabile a circuitului de ieşire al contorului, se ia timpul mort al contorului GM, τ_G între 1/2 şi 1/4 din t_c'' ; pentru contorul proporţional utilizat în măsurători de energie a radiaţiilor se ia $\tau_p = 1/2\ t'$, apropiat deci de al contorului GM. Cînd însă contorul propoţional serveşte la numărarea radiaţiilor ce trec prin tub, se colectează numai electronii, care au viteză mult mai mare decît ionii, fapt ce micşorează timpul mort al contorului proporţional cu aproape trei ordine de mărime. Se obţine astfel:

$$\tau_p = 5.10^{-7} \div 10^{-4}\ s$$
$$\tau_G = 10^{-4} \div 10^{-3}\ s$$

R :
- pentru măsurări energetice $\tau_p \cong \tau_G$
- ca numărător $\tau_p \ll \tau_G$

VI.14. Intr-un experiment de măsurare a timpului de rezoluţie al instalaţiei de numărare cuplate cu un contor Geiger-Müller prin metoda celor două surse, s-au obţinut următoarele rezultate : pentru una din surse, viteza de numărare r_1 = 4854 imp/min, pentru cealaltă sursă, viteza de numărare r_2 = 4755 imp/min, iar pentru ambele surse - r_{12} = 9310 imp/min; viteza de numărare a fondului a fost r_f = 25 imp/min. Cunoscînd că aceste viteze de numărare s-au obţinut cu o instalaţie de numărare cu timpul de rezoluţie sub 10^{-6} s, să se determine timpul

de rezoluție τ al.contorului. Este aceasta chiar timpul mort τ_G al detectorului ?

Rezolvare

Timpul de rezoluție este timpul minim dintre două impulsuri succesive care mai pot fi înregistrate separat. El este determinat de timpul mort al detectorului τ_G, de timpul mort al instalației de numărare (timp în care instalația este blocată cu transmiterea unui impuls de la intrarea până la ieșirea sa), dar depinde și de pragul de discriminare ales pentru amplitudinea de la care impulsurile pot fi numărate.

Timpul τ_i este neglijabil în cazul de față, iar vitezele de numărare măsurate dau timpul de rezoluție - care este superior timpului mort τ_G al contorului, definit ca timpul în care contorul este blocat cu detectarea unui impuls.

Timpul de rezoluție al contorului este :

$$\tau = \frac{r_1 + r_2 - r_{12} - r_f}{r_{12}^2 - r_1^2 - r_2^2} \Rightarrow \tau \simeq 6{,}75 \cdot 10^{-6} \text{ min}$$

de unde

$$\tau \simeq 4{,}05 \cdot 10^{-4} \text{ s} = 405\ \mu\text{s}.$$

Timpul mort τ_G al contorului este de același ordin de mărime, dar ceva mai mic, $\tau_G \simeq 200 \div 300\ \mu$s.

R : $\tau \simeq 405\ \mu$s

$\tau_G = 200 \div 300$ s

$\tau_G < \tau$

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

VI.15. Un contor Geiger-Müller de volum $V_1 = 40\ cm^3$, conţine argon cu presiunea parţială $p_1 = 90$ torr şi vapori de alcool etilic cu presiunea parţială $p_2 = 10$ torr. Ştiind că timpul de viaţă al contorului este timpul în care contorul numără $N_1 = 5.10^9$ impulsuri, să se determine :

a)- numărul n_1 de molecule de alcool disociate la un impuls, dacă contorul este scos din uz cînd i s-au disociat toate moleculele de alcool;

b)- numărul de impulsuri N_2 ce corespunde timpului de viaţă pentru un alt contor GM ce conţine alcool etilic la presiunea $p_2 = 10$ torr, volumul contorului fiind $V_2 = 50\ cm^3$; se ştie în acest caz că sarcina colectată la un impuls este $q = 10^{-9}$ C iar unei perechi de ioni formaţi în tub îi corespunde disocierea unei molecule de alcool. In ambele cazuri temperatura este $T = 300$ K.

Rezolvare

a) Numărul moleculelor de alcool disociate la un impuls, n_1 este dat de raportul numărului total de molecule de alcool din contor, N_a, la numărul total de impulsuri N_1 - ce determină viaţa acestuia :

$$n_1 = N_a / N_1$$

Numărul N_a se obţine din proprietăţile gazului ideal, cu care se aproximează vaporii de alcool :

$$N_a = \frac{p_2 V_1 N_A}{R T}$$

deci :

$$n_1 = \frac{N_a}{N_1} = \frac{p_2 V_1 N_A}{N_1 R T}$$

cu N_A - numărul lui Avogadro, R - constanta gazului ideal ; deci:

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$$n_1 = \frac{10^5 \cdot 6.10^{-5} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{76.8,31.300.5.10^9} \Rightarrow n_1 = 2,52.10^8 \text{ molecule}$$

b)- Ca şi în cazul anterior, numărul de molecule disociate la un impuls este :

$$n_2 = N_A' / N_2$$

unde N_a' este numărul total de molecule de alcool. Analog :

$$N_a' = \frac{P_2 V_2 N_A}{R T}$$

iar numărul de molecule disociate la un impuls este egal cu numărul de perechi de ioni ce se obţine ca raport al sarcinii culese pentru un impuls, la sarcina elementară :

$$n_2 = q / e$$

Deci :

$$N_2 = \frac{P_2 V_2 N_a e}{R T q} = \frac{10^5.5.10^{-5}.6,02.10^{23}.1,6.10^{-19}}{76.8,31.300.10^{-9}}$$

sau

$$N_2 = 1,27 \cdot 10^9 \text{ molecule}$$

R : $n_1 = 2,52 \cdot 10^8$ molecule

$N_2 = 1,27 \cdot 10^9$ molecule

VI.16. Pentru un contor Geiger-Müller s-a obţinut caracteristica din figură, în care $U_p = 850$ V, $U_1 = 900$ V, $U_0 = 1000$ V, $U_2 = 1200$ V, iar vitezele de numărare sînt respectiv : $R_1 = 120$ imp/min, $R_0 = 126$ imp/min şi $R_2 = 138$ imp/min. Să se afle gradul de stabilizare K al sursei de tensiune dacă eroarea vitezei de numărare datorate instabilităţii tensiunii nu trebuie să depăşească valoarea $\varepsilon_r = 1\ \%$.

Rezolvare

Din figură se vede că punctul de funcţionare C, situat la prima treime a palierului (CD = 2 BC), are viteza de numărare R_0 şi tensiunea U_0.

Eroarea relativă a vitezei de numărare este :

$$\varepsilon_r = \frac{\Delta R}{R_0}$$

unde R este abaterea de la valoarea R_0

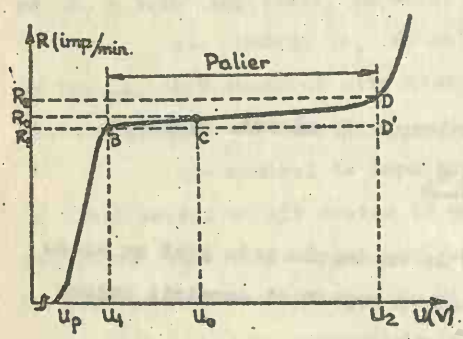


Fig.6.2.

datorată modificării cu ΔU a tensiunii U_0; de pe caracteristică se vede că :

$$\Delta R = \Delta U \frac{R_2 - R_1}{U_2 - U_1}$$

Stabilitatea sursei este :

$$K = \Delta U / U_0$$

deci :

$$K = \frac{\Delta U}{U_0} = \frac{\Delta R}{U_0} \cdot \frac{U_2 - U_1}{R_2 - R_1} = \frac{\varepsilon_r R_0}{U_0} \cdot \frac{U_2 - U_1}{R_2 - R_1}$$

de unde :

$$K = \frac{10^{-2} \cdot 126}{10^3} \cdot \frac{1200 - 900}{138 - 120} \Rightarrow K = 2{,}1 \cdot 10^{-2}$$

R : K = 2,1 %

BCU IASI CENTRU UNIVERSITAR LIBRARY

VI.17. Un contor Geiger-Müller cu timpul mort $\tau = 6.10^{-4}$ s a fost utilizat la măsurarea vitezei de numărare a fondului, obţinîndu-se $N_f = 75$ impulsuri în timpul $t_f = 15$ minute şi la măsurarea vitezei de numărare a unei surse în prezenţa fondului, cînd s-au înregistrat $N = 846$ impulsuri în timpul $t = 3$ minute. Să se calculeze :

a)- viteza de numărare R_1 cînd s-a făcut corecţia corespunzătoare fondului ;

b)- viteza de numărare R_2 cînd s-a făcut numai corecţia de timp mort al contorului;

c)- viteza de numărare R dată de sursă, cu corecţia de fond şi cu cea de timp mort al contorului;

d)- viteza de numărare maximă R_M, admisă de acest contor.

Rezolvare

a)- Viteza de numărare a fondului este :

$$r_f = N_f/t_f = 75/15 = 5 \text{ imp/min}$$

iar cea dată de sursă în prezenţa fondului este :

$$r = N/t = 846/3 = 282 \text{ imp/min}$$

deci viteza de numărare dată de sursă şi corectată de fond este:

$$R_1 = r - r_f = 282 - 5 = 277 \text{ imp/min}$$

b)- Pentru a calcula corecţia de timp mort se observă că, la o viteză de înregistrare de r impulsuri/minut, contorul va fi blocat timpul $r\tau$, rămînînd astfel neînregistrat $(r_0 - r)$ impulsuri pe minut, unde r_0 este viteza de numărare adevărată, mai mare decît cea înregistrată. Numărul de impulsuri neînregistrate pe minut se obţine şi direct, ca produs al vitezei adevărate r_0 cu timpul de blocare $r\tau$, încît :

$$r_0 \, r \, \tau = r_0 - r \quad \Rightarrow \quad r_0 = r/(1 - r\tau)$$

sau

$$r_0 \cong r + r^2 \cdot \tau \qquad \text{căci } (r \ll 1)$$

Pentru viteza de numărare corectată de timpul mort al contorului rezultă astfel valoarea :

$$R_2 = r + r^2\tau = 282 + 282^2 \cdot 10^{-5}$$

sau

$$R_2 \cong 282 + 7{,}9 \cdot 10^4 \cdot 10^{-5} = 282 + 0{,}79 \cong 283 \text{ imp/min}$$

unde s-a înlocuit $\tau = 6.10^{-4}$ sec $= 10^{-5}$ min.

c)- Viteza de numărare dată de sursă, la care s-a făcut corecţia de timp mort al contorului precum şi cea de fond, este deci:

$$R = r + r^2\tau - r_f = 282 + 1 - 5 = 278 \text{ imp/min}$$

d)- Deoarece viteza de numărare înregistrată r, funcţie de cea adevărată r_0, are expresia :

$$r = \frac{r_0}{1 + r_0\tau}$$

se obţine că viteza înregistrată va avea valoarea maximă R_M cînd viteza reală va fi foarte mare, practic infinită :

$$R_M = \lim_{r_0 \to \infty} \frac{r_0}{1 + r_0\tau} = \lim_{r_0 \to \infty} \frac{1}{\frac{1}{r_0} + \tau} = \frac{1}{\tau} \Rightarrow R_M = \frac{1}{\tau}$$

deci, în cazul dat :

$$R_M = \frac{1}{10^{-5}} = 10^5 \text{ imp/min.}$$

De la această valoare a vitezei înregistrate, în sus, contorul nu mai poate urmări succesiunea radiaţiilor individuale, şi rămîne blocat.

R : a)- R_1 = 277 imp/min

b) R_2 = 283 imp/min; c) R = 278 imp/min; d) $R_M = 10^5$ imp/min.

BCU IASI CENTRALA UNIVERSITY LIBRARY

43

X VI.18. La determinarea eficacităţii contorului Geiger-Müller pentru radiaţiile gama s-a folosit un contor cu diametrul $d = 2$ cm şi lungimea zonei sensibile $l = 20$ cm. Viteza de numărare pentru fond s-a găsit $r_f = 7,2$ imp/min, iar cea dată de sursă în prezenţa fondului a fost $r = 205,2$ imp/min. Ştiind că sursa punctiformă de ^{60}Co, de activitate $A = 1,5 \cdot 10^6$ Bq se afla la distanţa $x = 100$ cm de contor, pe mediatoarea acestuia :

a)- să se calculeze eficacitatea ε a contorului;

b)- să se compare valoarea obţinută cu eficacitatea unui contor cu scintilaţii cu cristal NaI(Tl), pentru care eficacitatea pentru radiaţiile gama ale ^{60}Co este $\varepsilon' = 0,21$;

c)- să se precizeze ce particularităţi constructive au contorii GM destinaţi detectării radiaţiilor gama.

Rezolvare

a)- Eficacitatea contorului se defineşte ca raportul dintre numărul radiaţiilor detectate într-un timp dat şi numărul radiaţiilor sosite la contor în acelaşi timp (deci care puteau fi detectate), sau ca viteza de numărare raportată la numărul radiaţiilor sosite la contor în unitatea de timp:

$$\varepsilon = \frac{R}{N}$$

Numărul N de radiaţii sosite la contor în unitatea de timp este numărul de radiaţii emise de sursă în unitatea de timp în unghiul solid Ω sub care se vede contorul din punctul în care se află sursa, (mai precis sub care se vede zona sensibilă a contorului), cum se observă în fig.6.3. Numărul de radiaţii

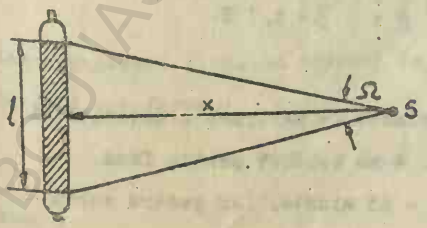


Fig.6.3.

gama emise de sursă în unitatea de timp este numărul de dezintegrări pe secundă (deci activitatea Λ) înmulţit cu factorul de schemă de dezintegrare, care pentru $^{60}_{27}Co$ este $s = 2$(că la o dezintegrare se emit două radiaţii gama). Rezultă că :

$$\mathcal{E} = \frac{R}{s\Lambda\,\Omega\,/4\pi} = \frac{(r - r_f).\,4\pi x^2}{s.\Lambda.\ell.d}$$

sau :

$$\mathcal{E} = \frac{(205{,}2 - 7{,}2)/60 \;.4.3{,}14\;.10^4}{2.1{,}5.\,10^6.\,20.\,2} \simeq 1{,}7.10^{-2} \Rightarrow \mathcal{E} = 1{,}7\ \%$$

b)- Eficacitatea contorului GM este deci cu un ordin de mărime inferioară contorului cu scintilaţii, care fiind în stare solidă, interacţionează mai eficient cu radiaţia gama decît contorul GM care este un detector cu gaz. In fapt chiar eficacitatea obţinută $\mathcal{E} = 1{,}7\ \%$ se datorează în special peretelui metalic al tubului, în care radiaţia gama este oprită în măsură mai mare decît în gazul din tub.

c)- Contorii GM destinaţi detectării radiaţiilor gama au peretele interior, deci catodul, confecţionat din metal cu număr atomic mare (cupru, wolfram), de grosime suficientă pentru a avea o eficacitate acceptabilă, dar nu prea gros, pentru a nu opri sarcinile formate în el, datorită interacţiunii cu radiaţiile gama.

R : $\mathcal{E} = 1{,}7\ \%$

VI.19. Intr-un experiment de măsurare a activităţii sursei cu contorul Geiger-Müller, s-au obţinut pentru fond $N_f = 165$ impulsuri în timpul $t_f = 15$ minute, iar pentru sursă

în prezenţa fondului s-au găsit $N = 185$ impulsuri în timpul $t = 5$ minute. Să se determine :

a)- valoarea vitezei de numărare R a sursei cu corecţia de fond şi cu eroarea corespunzătoare;

b)- timpul t_f' în care trebuie făcută măsurarea fondului şi timpul t' pentru măsurarea vitezei sursei în prezenţa fondului, astfel încît eroarea obţinută să fie minimă, considerînd aceleaşi viteze de numărare şi acelaşi timp total ($\mathcal{T} = t_f + t = t_f' + t'$).

Rezolvare

a)- Viteza de numărare a fondului este :

$$r_f = N_f/t_f = 165/15 = 11 \text{ imp/min}$$

respectiv cea a sursei în prezenţa fondului:

$$r = N/t = 1845/5 = 369 \text{ imp/min}$$

Corecţia de fond se obţine scăzînd r_f din r, iar abaterea pătratică medie pentru viteza de numărare corectată de fond este suma abaterilor pătratice pentru fond şi pentru sursă în prezenţa fondului :

$$\sigma_R^2 = \sigma_r^2 + \sigma_f^2$$

unde $\sigma_r^2 = r/t$ este abaterea pătratică medie pentru sursa cu fond iar $\sigma_f^2 = r_f/t_f$ - cea pentru fond. Eroarea se scrie :

$$\pm \sigma_R = \pm \sqrt{\sigma_R^2}$$

iar rezultatul final al vitezei de numărare a sursei corectate de fond are forma :

$$R = r - r_f \pm \sqrt{\frac{r}{t} + \frac{r_f}{t_f}}$$

deci :

$$R = 369 - 11 \pm \sqrt{\frac{369}{5} + \frac{11}{45}} \Rightarrow R = (358 \pm 8,6)\text{imp/min}$$

b)- Pentru a obține eroarea minimă, respectiv abaterea pătratocă medie minimă asupra vitezei de numărare, este necesar să se exprime abaterea funcție de noul timp - t'- de măsurare a vitezei sursei în prezența fondului și să se anuleze derivata ei în raport cu această variabilă :

$$\sigma_R^2 = \frac{r}{t'} + \frac{r_f}{t_f} \Rightarrow \sigma_R^2 = \frac{r}{t'} + \frac{r_f}{\tau - t'}$$

de unde :

$$\frac{d}{dt'}(\sigma_R^2) = -\frac{r}{t'^2} + \frac{r_f}{(\tau - t')^2} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{t'}{\tau - t'} = \sqrt{\frac{r}{r_f}} \Rightarrow t' = \frac{\tau}{(1 + \sqrt{\frac{r_f}{r}})}$$

deci :

$$t' = \frac{\tau}{(1 + \sqrt{\frac{r_f}{r}})} \Rightarrow t' = 17,06 \text{ min}; \; t_f' = 2,94 \text{ min}$$

Noua valoare pentru abaterea pătratică medie a vitezei de numărare a sursei cu corecția de fond este :

$$\sigma_R' = \sqrt{\frac{r}{t'} + \frac{r_f}{t_f'}} = \sqrt{\frac{358}{17,06} + \frac{11}{2,94}} = 5 \text{ imp/min}$$

deci aproape jumătate față de cea anterioară.

R : a) $R = (358 \pm 8,6)$ imp/min

b) $t' \simeq 17$ min

$t_f' = 3$ min

$\sigma_R' = 5$ imp/min

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

VI.20. . Cu un contor Geiger-Müller s-a obţinut pentru fond viteza de numărare r_f = 62 imp/min. Să se calculeze :

a)- timpul minim t_m necesar măsurării vitezei de numărare a sursei pentru ca eroarea relativă să fie $\mathcal{E}_R$ = 2 %, dacă viteza de numărare a sursei în prezenţa fondului este r_1 = 215 imp/min;

b)- timpul minim t'_m pentru aceleaşi condiţii, cînd viteza de numărare a sursei în prezenţa fondului este r_2 = 85 imp/min;

c)- timpul minim de măsurare τ necesar pentru ca măsurătoarea anterioară să fie semnificativă.

Rezolvare.

a) Eroarea relativă asupra unei mărimi se defineşte ca raportul dintre eroarea pătratică medie şi mărimea respectivă. Pentru viteza de numărare a sursei rezultă că :

$$\mathcal{E}_R = \frac{\sigma_R}{R} = \frac{1}{r_1 - r_f}\sqrt{\frac{r_1}{t_1} + \frac{r_f}{t_f}}$$

dar $t_1/t_f = \sqrt{r_1/r_f}$, deci : $t_1 = \dfrac{\sqrt{r_1(r_1 + r_f)}}{(r_1 - r_f)^2 \cdot \mathcal{E}_R^2} \Rightarrow t_1 = 25{,}9$ min

deci :

$$t_f = t_1\sqrt{\frac{r_f}{r_1}} \Rightarrow t_f \simeq 13{,}9 \text{ min}$$

de unde timpul minim care asigură eroarea relativă de 1 % este :

$$t_m = t_1 + t_f \simeq 25{,}9 + 13{,}9 = 39{,}8 \text{ min.}$$

b)- Cînd activitatea sursei este scăzută şi se obţine o viteză de numărare a sursei în prezenţa fondului comparabilă cu cea a fondului, se ia timpul de măsurare a sursei egal cu cel pentru fond :

$$t_2 = t_f$$

as în care eroarea relativă este :

$$\varepsilon_R = \frac{\sigma_R}{R} = \frac{1}{r_2 - r_f} \cdot \sqrt{\frac{r_2}{t_2} + \frac{r_f}{t_f}} = \frac{\sqrt{r_2 + r_f}}{r_2 - r_f} \cdot \sqrt{\frac{1}{t_f}}$$

încît timpul minim va fi :

$$t'_m = 2\, t_f \quad \text{dar} \quad t_f = \frac{(r_2 + r_f)}{(r_2 - r_f)^2} \cdot \frac{1}{\varepsilon_R^2}$$

deci :

$$t'_m = \frac{2(r_2 + r_f)}{(r_2 - r_f)^2 \varepsilon_R^2} \Rightarrow t'_m = 2\, \frac{85 + 62}{(85 - 62)^2} \cdot \frac{1}{4.10^{-4}} \Rightarrow t'_m = 1,2.10^4 \text{ min}$$

încît t'_m nu este acceptabil pentru măsurători şi va trebui redus fondul printr-o ecranare convenabilă, sau se impune modificarea experimentului.

c)- Măsurătoarea este semnificativă dacă mărimea de măsurat este superioară triplului abaterii pătratice medii ; pentru cazul abterior, viteza de numărare trebuie să fie deci:

$$R > 3\, \sigma_R$$

Deoarece $r = r_f$ se ia $t = t_f$ şi $\nu = 2\, t_f$, deci :

$$\sigma_R = \sqrt{\frac{r}{t_f t} + \frac{r_f}{t_f}} = \frac{1}{\sqrt{t_f}} \sqrt{r + r_f} \Rightarrow \nu = \frac{2(r + r_f)}{\sigma_R^2}$$

dar

$$\sigma_R < \frac{R}{3} \Rightarrow \sigma_R^2 < \frac{(r - r_f)^2}{9} \Rightarrow \nu > \frac{18(r + r_f)}{(r - r_f)^2}$$

deci :

$$\nu > \frac{18(85 + 62)}{(85 - 62)^2} \Rightarrow \nu > 5 \text{ min.}$$

BCUJAS CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

R : a) t_m = 39,8 min
b) t'_m = 3,2.10^4 min
c) τ > 5 min

VI.21. Un detector cu scintilaţii cu cristal cilindric de NaI(Tl) cu diametrul d = 5 cm şi înălţimea h = 5 cm se află la distanţa x = 27,5 cm de o sursă punctiformă de ^{60}Co, cu activitatea A = 5.10^4 Bq. Eficacitatea cristalului pentru radiaţia gama cu energia E_1 = 1,17 MeV este ε_1 = 615 eV/electron, iar coeficientul liniar de absorbţie pentru această radiaţie este μ_1 = 0,19 cm^{-1}; pentru fotonii de energie E_2 = 1,33 MeV mărimile corespunzătoare sînt : ε_2 = 645 eV/electron şi μ_2 = 0,17 cm^{-1}. Detectorul este cuplat cu un fotomultiplicator ce are coeficientul de multiplicare m_1 = 4 pentru prima dinodă şi m_2 = 3 pentru a doua şi pentru celelalte, numărul total al dinodelor fiind n_d = 12. Să se calculeze :

a)- coeficientul de multiplicare M al fotomultiplicatorului;

b)- amplituidinile ΔU_1 şi ΔU_2 ale impulsurilor de tensiune obţinute la ieşirea fotomultiplicatorului, cînd în detector este complet absorbit fotonul cu energia E_1, respectiv cel cu energia E_2, dacă valoarea capacităţii de la ieşirea fotomultiplicatorului este C = 20 pF;

c)- numărul N_0 de fotoni gama ce ajung la detector pe minut, neglijînd absorbţia lor în aer;

d)- viteza de numărare R care se obţine cu acest detector în condiţiile respective.

Rezolvare

a) Coeficientul de multiplicare M se obţine ca produsul coeficienţilor de pe fiecare dinodă :

$$M = m_1 . m_2 .... m_{12} \Rightarrow M = 4.3^{11} = 472392 \Rightarrow M \cong 4,7.10^5$$

b) Cînd în detector este absorbit fotonul cu energia E, la fotocatod se obţin n electroni, cu $n = E/\mathcal{E}$, unde $\mathcal{E}$ este eficacitatea detectorului, socotită ca energia cheltuită de radiaţia gama în detector, ca la fotocatod să se emită un electron. Impulsul de tensiune de la ieşirea fotomultiplicatorului rezultă ca fiind :

$$\Delta U = Q/C = n' e/C = n M e/C = E M e/\mathcal{E} C$$

deci :

$$\Delta U_1 = \frac{E_1 M e}{\mathcal{E}_1 C} = \frac{1,17.10^6 . 4,7.10^5 . 1,6.10^{-19}}{615. 20. 10^{-12}} \Rightarrow \Delta U_1 = 7,17 \text{ V}$$

şi .

$$\Delta U_2 = \frac{E_2 M e}{\mathcal{E}_2 C} = \frac{1,33.10^6 . 4,7.10^5 . 1,6.10^{-19}}{645. 20. 10^{-12}} \Rightarrow \Delta U_2 = 7,76 \text{ V}$$

Se constată o diferenţă apreciabilă între amplitudinile pulsurilor celor două categorii de fotoni, amplitudini proporţionale cu energia pierdută de radiaţii în detector; deci contorul cu scintilaţii poate fi utilizat în spectrometria radiaţiilor.

c) Numărul fotonilor care ajung la detector este dat de numărul celor emişi de sursă, afectat de factorul geometric de unghi solid, unghi sub care se vede detectorul din punctiformă. Se obţine deci :

$$N_o = s . \Lambda . 60 . \frac{\Omega}{4\pi} = \frac{2.5.10^4 . 60 . \pi . 5^2}{4.4\pi (27,5 + 5/2)} \Rightarrow N_o = 1,04.10^4$$

d) Din cei N_0 fotoni gama care ajung la detector pe minut vor fi absorbiţi în detector, numai fracţiunea :

$$\frac{N_0}{2}\left[1 - e^{-\mu_1(x+ h/2)}\right] .$$

din fotonii de energie E_1 şi fracţiunea :

$$\frac{N_0}{2}\left[1 - e^{-\mu_2(x + h/2)}\right]$$

dintre cei cu energia E_2, încît numărul fotonilor absorbiţi(şi detectaţi) în unitatea de timp, este :

$$N = N_0\left[1 - \frac{1}{2}\left(e^{-0,19.5} + e^{-0,17.5}\right)\right] = N_0\left[1 - 0,407\right]$$

de unde :

$$N = R = 1,04 .10^4 . 0,593 = 8,3 .10^3 \text{ imp/min}$$

$$\Rightarrow R = 8,3 .10^3 \text{ imp/min.}$$

R : a) $N = 4,7.10^5$

b) $\Delta U_1 = 7,17$ V ; $\Delta U_2 = 7,76$ V

c) $N_0 = 1,04.10^4$ fotoni gama/min

d) $R = 8,3.10^3$ imp/min.

VI.22. Intr-un experiment de determinare a eficacităţii contorului cu scintilaţii pentru radiaţiile gama, cristalul cilindric de NaI(Tl) cu diametrul egal cu înălţimea $d = h = 2,5$ cm, a fost iradiat cu o sursă punctiformă de ^{60}Co cu activitatea $A = 3.10^4$ Bq, situată pe axa cristalului, la distanţa $x = 50$ cm de aceasta. Cristalul fiind higroscopic, se protejează cu o carcasă de aluminiu avînd grosimea $d_{Al} = 0,1$ cm;

considerînd aceeaşi absorbţia pentru fotonii de 1,17 MeV ca şi pentru cei de 1,33 MeV, iar coeficientul liniar de absorbţie în cristal $\mu_c = 0,19\ cm^{-1}$, cel pentru aer $\mu_a = 1,5.10^{-3}\ cm^{-1}$ şi cel pentru aluminiu $\mu_{Al} = 0,153\ cm^{-1}$, să se determine :

a) numărul N de fotoni gama ce ajung la contor într-un minut;

b) eficacitatea $\mathcal{E}$ a contorului pentru radiaţia gama;

c) viteza de numărare R înregistrată de detector;

d) eficacitatea $\mathcal{E}'$ a detectorul dacă sursa se aduce la distanţa $x' = 10$ cm de contor, pe axa acestuia.

Rezolvare

a) Numărul fotonilor gama care ajung la cristal în unitatea de timp este dat de numărul celor emişi de sursă, cu corecţia de unghi solid şi cu cea de absorbţie în aer şi în aluminiu :

$$N_1 = s.A \cdot f_g \cdot f_a$$

unde $s = 2$ este factorul schemei de dezintegrare, $f_g = \Omega/4\pi$ - este factorul de unghi solid şi $f_a = \exp(-\mu_a x - \mu_{Al} d_{Al})$ - factorul de absorbţie, deci:

$$N_1 = 2.3.10^4 \cdot \frac{(2,5)^2}{16(50)^2} \cdot e^{-1,5.10^{-3}.\ 50\ -\ 0,153.0,1} =$$

$$\Rightarrow N_1 = 8,57 \text{ fotoni gama/sec.}$$

sau

$$N = 60 \cdot N_1 = 514 \text{ fotoni gama/min.}$$

b)- Eficacitatea $\mathcal{E}$ a contorului este numărul radiaţiilor detectate raportat la numărul N al radiaţiilor sosite la contor; dar din cei N fotoni gama ce ajung la cristal, vor fi absorbiţi (deci înregistraţi) numai :

$$N\left(1 - e^{-\mu_c h}\right)$$

deci:

$$\mathcal{E} = \frac{N\left(1 - e^{-\mu_c h}\right)}{N} \Rightarrow \mathcal{E} = 1 - e^{-\mu_c d} = 1 - e^{-0,19.2,5} =$$

$$\Rightarrow \mathcal{E} = 1 - e^{-0,475}$$

de unde :

$$\mathcal{E} = 0,38 \quad \text{sau} \quad \mathcal{E} = 38\ \%$$

Se observă o eficacitate mare, în raport cu cea a contorului Geiger-Müller pentru radiaţiile gama, care este doar de cîteva procente.

c) Viteza de numărare rezultată imediat :

$$R = N \cdot \mathcal{E} = 514.\ 0,38 \Rightarrow R = 195,3\ \text{imp/min.}$$

d) Distanţa fiind în acest caz comparabilă cu dimensiunile cristalului, distanţele parcurse de radiaţie în aer, aluminiu şi în cristal depind de unghiul θ sub care sînt emise din sursă, faţă de direcţia axei cristalului (fig.6.4). Eficacitatea nu mai este dată de relaţia de la punctul (b), ci de o relaţie integrală :

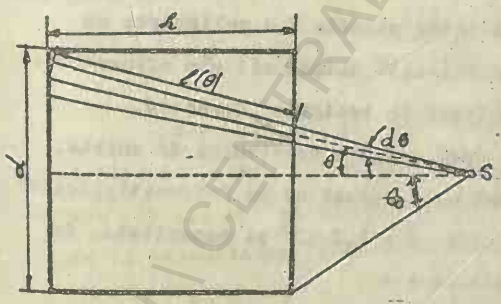


Fig.6.4

$$\mathcal{E}' = \frac{\int_0^{\theta_0} \left[1 - e^{-\mu_c h(\theta)}\right] \sin\theta \cdot d\theta}{\int_0^{\theta_0} \sin\theta\, d\theta}$$

Relaţia este calculată şi tabelată pentru diverse dimensiuni ale

cristalului NaI(Tl) și pentru diferite distanțe sursă-contor (pentru radiația gama a ^{60}Co).

Pentru cristalul cu d = h = 2,5 cm și distanța sursă-contor x' = 10 cm se găsește din grafice sau tabele :

$$\varepsilon' = 0,27 \quad \text{sau} \quad \varepsilon' = 27\ \%$$

Eficacitatea scade față de cazul iradierii cu fasciculde radiații paralel și axial deoarece drumul mediu $\bar{\ell}$ (θ) este inferior lui h.

R : a) N = 514 fotoni gama/min

b) ε = 38 %

c) R = 195,3 imp/min

d) ε' = 27 %

VI.23. Un scintilator plastic din polistiren cu 1,7 % TPB (1,1,4,4 - tetrafenil-1,3- butadienă) are eficacitatea de conversie a radiației nucleare în radiație luminoasă, ε_0 = 1,45 % și lungimea de undă medie a spectrului de emisie, λ_m = 4450 Å. Scintilatorul este cuplat cu un fotomultiplicator ce are factorul de multiplicare M = $1,2.10^6$ și capacitatea de ieșire C = 15 pF. Să se calculeze :

a)- energia w necesară pentru producerea în scintilator a unui foton luminos;

b)- numărul n_0 de fotoni produși la absorbția completă în scintilator a unui foton gama cu energia E_γ = 1,2 MeV

c)- eficacitatea fotocatodei, ε_f, dacă numai η = 70 % din cei n_0 fotoni ajung la fotocatodă și se emit n_e = 450 electroni;

d)- amplitudinea ΔU a impulsului de tensiune la

1,2 MeV.

Rezolvare

a)- Energia fotonului gama se transformă doar parțial în energie luminoasă și se obțin n_0 fotoni cu energia $h\nu_m = h\,c/\lambda_m$, deci :

$$E_\gamma \cdot \mathcal{E}_c = n_0\, hc/\lambda_m \Rightarrow w = \frac{E_\gamma}{n_0} = \frac{h\,c}{\mathcal{E}_c \cdot \lambda_m}$$

deci

$$w = \frac{h\,c}{\mathcal{E}_c \cdot \lambda_m} = \frac{6{,}626.\,10^{-34}.3.10^{8}}{1{,}45.10^{-2}.4{,}45.10^{-7}.1{,}6.10^{-19}} \Rightarrow w = 192{,}5\ eV$$

b)- Se obține imediat că :

$$n_0 = \frac{E_\gamma}{w} = \frac{1{,}2.\,10^{6}}{1{,}925\,.10^{2}} \Rightarrow n_0 = 6228 \text{ fotoni}$$

c)- Eficacitatea fotocatodei este raportul dintre numărul de electroni produși n_e și numărul de fotoni $\eta\, n_0$ ce cad pe acesta :

$$\mathcal{E}_f = \frac{n_e}{\eta\, n_0} = \frac{450}{0{,}7.6628} \cong 0{,}13 \Rightarrow \mathcal{E}_f = 13\ \%$$

d)- Impulsul de tensiune obținut la ieșirea fotomultiplicatorului cînd în scintilator este absorbit fotonul cu energia de 1,2 MeV se obține ca raportul sarcinii culese la ieșire și capacitatea fotomultiplicatorului :

$$\Delta U = \frac{Q}{C} = \frac{e.\,n_e.\,M}{C} \Rightarrow \Delta U = \frac{1{,}6.10^{-19}.\,4{,}5.10^{2}.\,10^{6}.\,1{,}2}{1{,}5\,.10^{-11}}$$

deci :

$$\Delta U = 5{,}76\ V$$

R : a) $w = 192{,}5$ eV

b) $n_0 = 6228$ fotoni

c) $\mathcal{E}_f = 13\ \%$; d) $\Delta U = 5{,}76$ V.

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

VI.24. Un detector plan de Ge(Li), redat în fig.6.5. are suprafaţa utilă $A = 1,2\ cm^2$ şi grosimea zonei sensibile

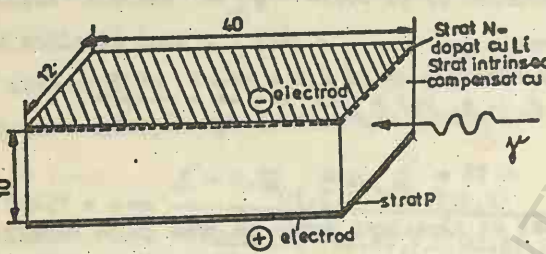


Fig.6.5

Detector Ge(Li)

$L = 4$ cm; el este iradiat cu o sursă punctiformă de ^{60}Co cu activitatea $A = 10^5$ Bq, situată pe axul detectorului la distanţa $x = 25$ cm de acesta. Detectorul este dispus într-un criostat care asigură temperatura de 77 K şi presiunea de 10^{-6} torr. Coeficientul de absorbţie în germaniu este $\mu_1 = 0,3\ cm^{-1}$ pentru fotonii gama cu energia $E_1 = 1,17$ MeV şi respectiv $\mu_2 = 0,2 cm^{-1}$ pentru cei cu energia $E_2 = 1,33$ MeV; energia necesară formării unei perechi electron-gol este $w = 2,98$ eV. Să se calculeze :

a)- viteza de numărare R dată de sursă dacă se neglijează absorbţia radiaţiilor gama în aer şi în fereastra de beriliu a cristalului, precum şi fondul natural de radiaţii;

b)- amplitudinile ΔU_1 şi ΔU_2 ale impulsurilor de tensiune corespunzătoare celor două cuante gama ale ^{60}Co, obţinute la ieşirea detectorului, de capacitate $C = 30$ pF;

c)- timpul τ de colectare a sarcinilor create de radiaţia incidentă în detector, dacă viteza purtătorilor în Ge este (pentru cîmpul electric din zona sensibilă $E = 100$ V/mm) de valoarea $v = 10^7$ cm/s;

d)- viteza de numărare R' dată de NaI(Tl) de acelaşi volum ca al cristalului Ge(Li) şi avînd diametrul egal cu

înălţime cilindrului, d = h; se dă coeficientul de absorbţie al ambelor cuante în cristal : $\mu' = 0{,}19\ cm^{-1}$;

e)- eficacitatea relativă $\varepsilon_r = R/R'$ a detectorului Ge(Li).

Rezolvare

a) Viteza de numărare este dată de produsul : $R = s.\Lambda . f_g . f_a$ unde $s = 2$ - factorul de schemă de dezintegrare, $f_g = A/4\pi x^2$, corecţia de unghi solid şi $f_a = 1 - \frac{1}{2} e^{-\mu_1 L} - \frac{1}{2} e^{-\mu_2 L}$ factorul de absorbţie în Ge(Li) pentru fotonii cu energiile E_1 şi E_2. Pentru R rezultă astfel expresia :

$$R = s.\Lambda .\left[\frac{A}{4x^2}\left(1 - \frac{1}{2} e^{-\mu_1 L} - \frac{1}{2} e^{-\mu_2 L}\right)\right]$$

de unde :

$$R = 2.10^5 \frac{1{,}2}{4.3{,}14.625}\left[1 - \frac{1}{2} e^{-1{,}2} - \frac{1}{2} e^{-1{,}12}\right] = 22\ imp/sec$$

$$\Rightarrow R = 1320\ imp/min.$$

b)- Neglijînd pierderile de sarcină în detector se obţine:

$$\Delta U = \frac{Q}{C} = \frac{n e}{C} = \frac{E_1 . e}{C . w} \Rightarrow \Delta U_1 = \frac{E_1 . e}{C w} \quad şi \quad \Delta U_2 = \frac{E_2 . e}{C w}$$

care, cu valările numerice indicate, devin :

$$\Delta U_1 = 0{,}021\ V \quad şi \quad \Delta U_2 = 0{,}024\ V$$

c)- Timpul de colectare a purtătorilor este determinat de viteza acestora şi de distanţa dintre electrozi, care poate fi aproximată cu grosimea zonei sensibile (zona intrinsecă a cristalului), deci:

$$\tau = \frac{L}{v} = \frac{1\ cm}{10^7\ cm/s} \Rightarrow \tau = 10^{-7}\ s.$$

Durata de formare a impulsurilor de tensiune va fi de acelaşi ordin de mărime, depinzînd şi de electronica asociată,

d)- Pentru cristalul de NaI(Tl) de volum A.L= 4,8 cm^3 şi avînd d = h, se obţine pentru diametru valoarea :

$$d = \sqrt[3]{\frac{4\,A\,L}{\pi}} \simeq \sqrt[3]{6,115} \Rightarrow d = h = 1,83 \text{ cm}$$

Pentru R' rezultă expresia :

$$R' = s.\Lambda \cdot \frac{\pi d^2/4}{4\pi x^2}\left[1 - e^{-\mu' d}\right] = s.\Lambda \frac{d^2}{16\,x^2}\left[1 - e^{-\mu' d}\right]$$

deci

$$R' = 2.10^5 \frac{3,35}{16.625}\left[1 - e^{-0,19 \cdot 1,83}\right] \Rightarrow R' = 52,75 \text{ imp/s}$$

$$\Rightarrow R' = 3165 \text{ imp/min.}$$

e)- Raportul R/R' dă eficacitatea relativă a detectorului de Ge(Li) relativă la cea a cristalului NaI(Tl) de acelaşi volum; se obţine : $\mathcal{E}_r = R/R' = 1320/3165 = 0,417 =$

$\Rightarrow \mathcal{E}_r = 41,7\ \%$.

R : a) R = 1320 imp/min

b) ΔU_1= 0,021 V; ΔU_2= 0,024 V

c) $\tau = 10^{-7}$ s;

d) R' = 3165 imp/min; $\mathcal{E}_r$= 41,7%

VI.25. Un detector coaxial Ge(Li) cu dimensiunile în mm indicate în fig.6.6, are zona sensibilă (zona intrinsecă, compensată cu Li) cu suprafaţa de intrare S = 8,8 cm^2. Cu detectorul lucrînd la 77 K şi 10^{-6} torr, s-a obţinut spectrul radiaţiei gama a ^{60}Co din fig.6.7 , sursa punctiformă de activitate $\Lambda = 3.10^4$ Bq fiind dispusă pe axul detectorului, la

distanţa x = 25 cm de faţa de intrare a acestuia. Ştiind că în Ge, coeficientul liniar de absorbţie pentru fotonii gama cu energia E_1 = 1,173 MeV este μ_1 = 0,3 cm^{-1} iar pentru cei cu energia

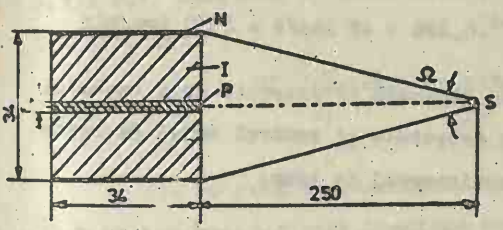


Fig.6.6

E_2 = 1,332 MeV este μ_2 = 0,28 cm^{-1}, să se calculeze :

a)- viteza de numărare R indicată de detector, dacă se neglijează absorbţia în aer şi fondul de radiaţii ;

b)- eficacitatea absolută de detecţie ε_a - a detectorului;

c)- eficacitatea intrinsecă de detecţie ε_i - a detectorului;

d)- rezoluţia energetică Γ pentru fotonii gama cu energia de 1,332 MeV,

e)- puterea de separaţie P a spectrămetrului în vecinătatea liniei E_2 = 1,332 MeV.

Rezolvare

a)- Viteza de numărare R se obţine din numărul de fotoni gama emis de sursă, multiplicat cu factorul geometric f_g şi cu factorul de absorbţie în detector f_a:

$$R = s . \Lambda . f_g . f_a$$

unde :

$$f_g = \frac{\Omega}{4\pi} = \frac{S}{4\pi x^2} = \frac{8,8}{4\pi (25)^2} = 11,2 \cdot 10^{-4}$$

iar

$$f_a = \left[1 - \frac{1}{2} e^{-\mu_1 h} - \frac{1}{2} e^{-\mu_2 h}\right] =$$

$$\Rightarrow f_a = \left[1 - \frac{1}{2} e^{-0,3.3,4} - \frac{1}{2} e^{-0,28.3,4}\right] = 0,626$$

încît :

$$R = 2.3.10^4.11,2.10^{-4}.0,626 = 42 \text{ imp/s} = 2520 \text{ imp/min}$$

b)- Eficacitatea absolută de detecţie este raportul dintre numărul impulsurilor detectate şi numărul total de radiaţii emise de sursă în acelaşi interval de timp:

$$\mathcal{E}_a = \frac{R}{s\Lambda} = f_g.\ f_a = 11,2.10^{-4}.\ 0,626 = 7.10^{-4} = 0,07\ \%$$

c)- Eficacitatea intrinsecă de detecţie se defineşte ca raportul dintre numărul impulsurilor detectate şi numărul radiaţiilor care ajung în volumul util (sensibil) al detectorului în acelaşi interval de timp :

$$\mathcal{E}_i = \frac{R}{s.\Lambda.\ f_g} = f_a = 0,626 \Rightarrow \mathcal{E}_i = 62,6\ \%$$

d)- Rezoluţia energetică pentru o linie din spectru se defineşte ca raportul dintre lărgimea liniei la semiînălţime, $\Delta E_{1/2}$ şi energia liniei respective :

$$\Gamma = \frac{\Delta E_{1/2}}{E}$$

Din fig.6.7 se constată că pentru fotonii gama cu energia

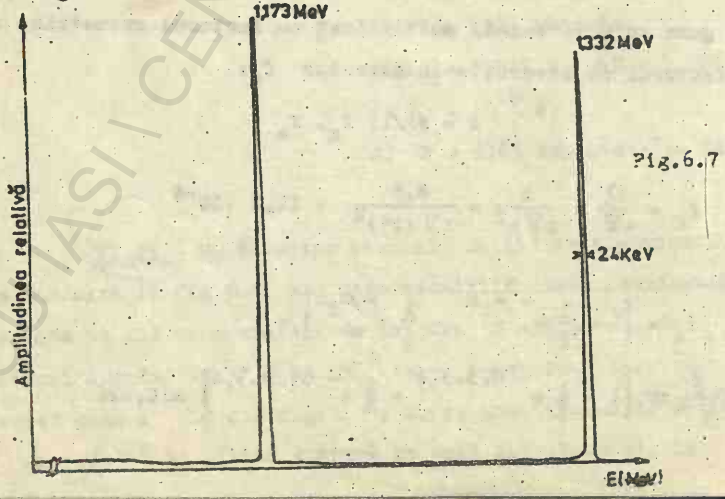


Fig.6.7

E = 1,332 MeV, lărgimea la semiînălţime este $\Delta E_{1/2}$ = 24 KeV = = 0,024 MeV, deci :

$$\Gamma = \frac{0,024}{1,332} = 0,018 \Rightarrow \Gamma = 1,8\ \%$$

e)- Puterea de separaţie a spectrometrului optic se defineşte ca raportul dintre lungimea de undă a liniei spectrale şi distanţa minimă dintre două linii vecine (dispuse în zona liniei considerate) care mai pot fi observate separat cu spectrometrul respectiv. Puterea de separaţie este întrucîtva nedeterminată şi depinde de forma liniei spectrale. Pentru linii cu profil gaussian se poate arăta că distanţa minimă dintre două linii ce se mai observă separat este $\Delta\lambda \geq 0,85\ \Delta\lambda_{1/2}$, unde $\Delta\lambda_{1/2}$ este lărgimea liniei spectrale la semiînălţime.

In mod analog, pentru spectrometrul de radiaţii gama, se defineşte puterea de separare ca raportul dintre energia liniei respective şi distanţa dintre două linii apropiate ce se mai pot observa separat :

$$P = \frac{E}{0,85\ \Delta E_{1/2}}$$

care pentru linia de energie E_2 = 1,332 MeV devine :

$$P = \frac{1,332}{0,85.0,024} = \frac{1}{0,85.0,018} \Rightarrow P = 65,36$$

R : a) R = 2520 imp/min
b) ε_a = 0,07 %
c) ε_i = 62,6 %
d) Γ = 1,8 %
e) P = 65,36

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

VI.26. In anumite condiţii, la trecerea radiaţiilor nucleare încărcate printr-un dielectric transparent, se emite radiaţia Cerenkov.

a)- Să se precizeze ce condiţii se cer îndeplinite;

b)- Să se calculeze energia de prag E pentru emiterea radiaţiei Cerenkov de către electroni, protoni, particule alfa, la trecerea acestor particule prin plexiglas şi prin apă, dacă indicele de refracţie al acestor materiale este respectiv : $n_1 = 1,5$ şi $n_2 = 1,33$;

c)- Să se calculeze care este unghiul maxim Θ_M sub care este emisă radiaţia Cerenkov faţă de direcţia radiaţiei incidente în cazurile de la punctul anterior.

Rezolvare

a) Pentru realizarea şi observarea radiaţiei Cerenkov sînt necesare în mod obligatoriu două condiţii, dar este necesară şi îndeplinirea altor trei condiţii auxiliare, importante din punct de vedere practic :

- viteza v a particulei incidente să fie superioară vitezei luminii în dielectric

$$\beta = \frac{v}{c} \geq \frac{1}{n}$$

unde n- indicele de refracţie al dielectricului pentru spectrul vizibil şi c- viteza luminii în vid;

- dielectricul să fie transparent pentru spectrul vizibil, adică lungimea de relaxare $1/\mu$ din legea de atenuare a radiaţiei vizibile în dielectric,

$$I = I_o e^{-\mu x}$$

să fie mult mai mare decît lungimea de undă a radiaţiei emise:

$$\frac{1}{\mu} \gg \lambda$$

- în dielectric să nu se producă scintilaţii, care s-ar suprapune peste radiaţia Cerenkov ca o perturbaţie;

- sistemul optic folosit să poată realiza transferul optim al impulsului luminos de la convertizor (dielectric) la fotomultiplicator ;

- fotomultiplicatorii folosiţi să prezinte zgomot de fond redus.

Ultima condiţie conduce la utilizarea a doi fotomultiplicatori în coincidenţă, dispuşi în afara axei fluxului de radiaţii incidente, care ajungînd la fotomultiplicator ar mări zgomotul acetora.

b)- Prima condiţie cere ca $v \geq c/n$, ceea ce impune o anumită energie cinetică minimă sau de prag; într-adevăr, energia cinetică a particulei este :

$$W = mc^2 - m_o c^2 = m_o c^2 \left[\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right]$$

Aceasta devine minimă pentru $v = c/n$, deci :

$$E = m_o c^2 \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}} - 1 \right\} \Rightarrow E = m_o c^2 \left[\frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}} - 1 \right]$$

unde m_o este masa de repaus a particulei considerate.

Pentru plexiglas (polimetil metacrilat, cu formula de compoziţie $C_5H_8O_2$), energia de prag a particulelor enumerate este :

- pentru electroni

$$E_e' = m_e c^2 \left[\frac{n_1}{\sqrt{n_1^2 - 1}} - 1 \right] = 0{,}511 \left[\frac{1{,}5}{\sqrt{1{,}5^2 - 1}} - 1 \right] = 0{,}185 \ M_e V$$

- pentru protoni :

$$E'_p = m_p c^2 \left\{ \frac{n_1}{\sqrt{n_1^2 - 1}} - 1 \right\} \cong 938 \left\{ \frac{1,5}{\sqrt{1,5^2-1}} - 1 \right\} \cong 340 \text{ MeV}$$

- pentru particule alfa :

$$E'_\alpha = m_\alpha c^2 \left\{ \frac{n_1}{\sqrt{n_1^2 - 1}} - 1 \right\} \cong 3726 \left\{ \frac{1,5}{\sqrt{1,5^2-1}} - 1 \right\} \cong 1360 \text{ MeV}$$

Pentru apă se obţine în mod analog :

$E''_e = 0,262$ MeV ; $E''_p = 480$ MeV ; $E''_\alpha = 1900$ MeV

c) In fig.6.8. particula incidentă se mişcă în direcţia AB şi parcurge distanţa AB în timpul Δt, deci $AB = v.\Delta t$. In acelaşi timp, radiaţia luminoasă emisă în A parcurge distanţa $AC = \frac{c}{n} \cdot \Delta t$, de unde :

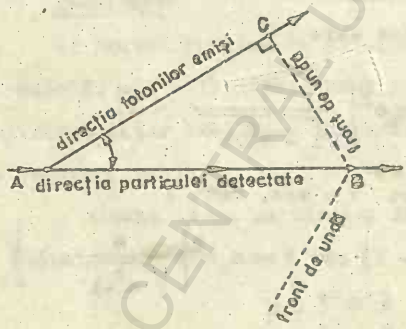


Fig.6.8.

$$\cos \Theta = \frac{AC}{AB} = \frac{c}{n\,v}$$

şi $\Theta = \text{arc cos} \left(\frac{c}{n\,v}\right)$

Unghiul maxim Θ_M se obţine pentru $v = c$ deci :

$$\Theta_M = \text{arc cos } (1/n)$$

Pentru plexiglas :

$$\Theta'_M = \text{arc cos } (1/1,5) = 48^\circ$$

Pentru apă :

$$\Theta''_M = \text{arc cos } (1/1,33) = 41^\circ$$

BCU IASI \ CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

R : b) $E'_e = 0,185$ MeV; $E''_e = 0,262$ MeV

$E'_p = 340$ MeV ; $E''_p = 480$ MeV

$E'_\alpha = 1360$ MeV ; $E''_\alpha = 1900$ MeV

c) $\theta'_M = 48^\circ$; $\theta''_M = 41^\circ$

VI.27. Un detector Cerenkov din plexiglas este folosit pentru măsurarea energiei unui fascicul de mezoni μ (masa mezonului μ fiind $m_0 = 105,66$ MeV/c^2). Unghiul sub care a fost emisă radiaţia Cerenkov faţă de direcţia mezonilor incidenţi era $\theta = 45^\circ$. Să se calculeze :

a)- energia E a mezonilor ;

b)- numărul N de fotoni emişi pe un centimetru de parcurs al mezonului în detector, dacă intervalul de frecvenţe emisă este $\Delta\nu = 3.10^{14}$ Hz;

c)- numărul N_e de fotoelectroni emişi din fotocatoda fotomultiplicatorului la trecerea prin detector a unui mezon, dacă acesta parcurge în detector distanţa d = 32 cm, eficacitatea de transmisie a fotonilor din detector la fotocatodă fiind $\eta_1 = 85$ % iar randamentul cuantic de conversie al fotocatodei este $\eta_2 = 6$ %.

Rezolvare

a)- Energia cinetică a mezonului se determină cunoscînd viteza acestuia, care se află din relaţia :

$$\cos\theta = \frac{c}{n\,v} \Rightarrow v = \frac{c}{n\cos\theta} \Rightarrow \frac{v}{c} = \frac{1}{n\cos\theta}$$

Energia cinetică este :

$$E = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2\left[\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - 1\right] = m_0c^2\left[\frac{1}{\sqrt{1-1/n^2\cos\theta}} - 1\right]$$

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

In cazul de faţă $n = 1,5$ (vezi problema precendentă) iar $\cos\Theta = 1/\sqrt{2}$, deci :

$$E = 105,66 \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{1,5^2 \cdot \frac{1}{2}}}} - 1 \right] = 211,32 \text{ MeV}$$

b)- Din literatură se ştie că, în acord cu teoria lui Frank şi Tamm, numărul N de fotoni avînd frecvenţa între ν şi $(\nu + \delta\nu)$ şi care sînt emişi pe 1 cm de parcurs al particulei de sarcină Z în dielectricul de indice de refracţie n, este :

$$N = \frac{4\pi^2 \cdot e^2 \cdot z^2}{hc^2} \Delta\nu \left[1 - \frac{c^2}{v^2 n^2} \right] = \frac{2\pi \cdot z^2 \cdot \delta\nu}{137\, c} \cdot \sin^2 \Theta$$

In cazul problemei, pentru mezon $Z = 1$, iar pentru plexiglas $n = 1,5$; $\sin^2\Theta = 1/2$, rezultă deci :

$$N \cong \frac{2.3,14 \cdot 1 \cdot 3.10^{14}}{137 \cdot 3.10^{10}} \cdot \frac{1}{2} \cong 230$$

c) - Numărul fotoelectronilor emişi la trecerea prin detector a unui mezon este dat de numărul fotonilor ce ajung la fotocatodă multiplicat cu randamentul cuantic al acesteia :

$$N_e = N \cdot d \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 = 230 \cdot 32 \cdot 0,85 \cdot 0,06 \cong 375$$

Se observă că numărul fotoelectronilor ce se obţin la trecerea prin detector a unui mezon de mare energie (peste 200 MeV) este foarte redus, aspect menţionat şi în problema precedentă.

R : a) $E = 211,32$ MeV

b) $N = 230$ fotoni

c) $N_e = 375$ electroni

VI.28. O cameră Wilson conţine argon în amestec cu 40 % vapori de apă şi cu 60 % vapori de alcool etilic; pentru această compoziţie a amestecului de umplere, gradul de suprasaturaţie S şi raportul de expansiune E, necesare pentru a face vizibilă traiectoria radiaţiilor ionizante, au respectiv valorile: S = 1,9 şi E = 1,09 pentru presiunea iniţială p_1 = 1,5 atm şi temperatura iniţială $t_1 = 20^0$ C. La această temperatură presiunea vapprilor saturaţi de apă este p_{H_2O} = 17,54 torr, iar cea a vaporilor de alcool etilic este p_a = 44 torr; coeficientul adiabatic pentru cele trei componente este: γ_{Ar} = 1,65 , γ_{H_2O} = 1,31 şi γ_a = 1,11. Să se calculeze :

a)- variaţia relativă $\Delta V/V_1$ a volumului camerei la destinderea adiabatică, variaţie necesară pentru a realiza starea de suprasaturaţie indicată;

b)- presiunea p_2' din cameră după detentă, dar înainte de condensarea vaporilor în exces;

c)- temperatura t_2' după detentă dar înainte de condensare;

d)- raportul $\Delta m/m$ dintre masa vaporilor ce se condensează şi masa iniţială a vaporilor. Se aproximează vaporii cu gazul ideal.

Rezolvare

a)- Variaţia relativă a volumului camerei este :

$$\frac{\Delta V}{V_1} = \frac{V_2 - V_1}{V_1} = \frac{V_2}{V_1} - 1 = E - 1 \Rightarrow \frac{\Delta V}{V_1} = 1{,}09 - 1 = 9\ \%$$

unde $E = V_2/V_1$ este raportul de expansiune, adică rapportul dintre volumul camerei după detentă şi cel iniţial.

b)- Amestecul din cameră are pentru starea iniţială

$$p_1 V_1 = \frac{M_1}{\mu} R T_1$$

unde M_1 este masa iniţială a amestecului :

$$M_1 = m_{Ar} + m_{H_2O} + m_a = m_{Ar} + m$$

iar μ este masa molară a amestecului gaz-vapori.
Ca urmare a detentei, înainte de condensarea vaporilor în exces, ecuaţia de stare este :

$$p_2' V_2 = \frac{M_1}{\mu} R T_2'$$

parametrii celor două stării fiind corelaţi adiabatic, deci:

$$p_2' = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma} \quad \Rightarrow \quad p_2' = p_1 / E^{\gamma}$$

Pentru a calcula coeficientul adiabatic al amestecului se foloseşte relaţia lui Richartz : $\frac{p}{\gamma - 1} = \sum \frac{p_i}{\gamma_i - 1}$ care în cazul de faţă se scrie :

$$\frac{p_1}{\gamma - 1} = \frac{p_{Ar}}{\gamma_{Ar} - 1} + \frac{p_{H_2O}}{\gamma_{H_2O} - 1} + \frac{p_a}{\gamma_a - 1}$$

Se ţine seama că :

$$p_{Ar} = p_1 - (p_{H_2O} + p_a) = 1,5.760 - (17,54 + 44)$$

de unde :

$$p_{Ar} = 1078,5 \text{ torr}$$

De aici se obţine : $\gamma = 1,54$

iar presiunea p_2' este :

$$p_2' = p_1 / E^{\gamma} = \frac{1140}{1,09^{1,54}} \Rightarrow p_2' \cong 300 \text{ torr}$$

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

c)- Din ecuaţia transformării adiabatice rezultă că:

$$T_2' = T_1\left\{\frac{V_1}{V_2}\right\}^{\gamma-1} \Rightarrow T_2' = T_1 / \varepsilon^{(\gamma-1)}$$

deci :

$$T_2' = \frac{293}{1,09^{0,54}} \cong 280\ K \Rightarrow t_2' = 7^{\circ}C$$

d)- In starea de suprasaturaţie, masa vaporilor este masa lor din starea iniţială - m_1, după condensarea vaporilor în exces, masa vaporilor este m_2, de unde rezultă că :

$$\Delta m = m_1 - m_2 \Rightarrow \frac{\Delta m}{m_1} = \frac{m_1 - m_2}{m_1} = 1 - \frac{m_2}{m_1}$$

Dar gradul de suprasaturaţie S se defineşte tocmai ca raportul dintre masa vaporilor înainte de condensare şi cea de după condensare, deci :

$$S = \frac{m_1}{m_2} \Rightarrow \frac{\Delta m}{m_1} = 1 - \frac{1}{S} = 1 - \frac{1}{1,9} \Rightarrow \frac{\Delta m}{m_1} = 0,47 = 47\ \%$$

R : a) $\frac{\Delta V}{V_1} = 9\ \%$

b) $p_2' \cong 300$ torr

c) $t_2' = 7^{\circ}$ C

d) $\frac{\Delta m}{m_1} = 47\ \%$

BCU IASI | CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

VI.29. O cameră Wilson cu volumul inițial $V_1 = 2.400\ cm^3$ și raportul de expansiune $E = 1,30$, conține aer și vapori saturanți de apă. Condițiile inițiale sînt : presiunea $p_1 = 1,5$ atm și temperatura $t_1 = 20^0$ C, iar coeficientul adiabatic pentru amestec este $\gamma = 1,39$. Să se calculeze :

a)-variația ΔV a volumului pentru realizarea suprasaturației;

b)- masa m_1 a vaporilor suprasaturanți;

c)- temperatura t_2' după detentă dar înainte de condensare;

d)- masa Δm a vaporilor care se condensează precum și coeficientul S de suprasaturație.

Rezolvare

a) - Cunoscînd raportul de expansiune E, definit ca raportul dintre volumul camerei înainte și după detentă, se obține :

$$\Delta V = V_2 - V_1 = V_1\left[\frac{V_2}{V_1} - 1\right] \Rightarrow \Delta V = V_1(E - 1)$$

deci :

$$\Delta V = 2400\ (1,30 - 1) = 720\ cm^3$$

b)- In urma detentei, vaporii saturanți la temperatura inițială, devin vapori suprasaturanți pentru temperatura $t_2' < t_1$ obținută imediat după detentă, dar înainte de condensare. Masa vaporilor suprasaturanți este deci chiar masa vaporilor saturanți din starea inițială. Considerînd vaporii drept gaz ideal și scoțînd din tabele presiunea vaporilor saturanți de apă la temperatura inițială $t_1 = 20^0$, care este $p_v = 17,54$ torr, se obține :

$$p_v \cdot V_1 = \frac{m_1}{\mu} R\, T_1 \Rightarrow m_1 = \mu \frac{p_v \cdot V_1}{R\, T_1}$$

BUCUREȘTI CENTRU UNIVERSITY LIBRARY

unde μ este masa molară a apei, μ = 18 g/mol. Se obţine deci :

$$m_1 = \frac{18.\ 17,54.\ 10^5.\ 2,4\ .10^{-3}}{760.\ 8,31.\ 293} \cong 41.\ 10^{-3}\ g = 41\ mg$$

c)- Temperatura t_2' - obţinută prin detenta adiabatică rezultă din ecuaţia adiabatei :

$$T_2' = T_1\left[\frac{V_1}{V_2}\right]^{\gamma-1} \Rightarrow T_2' = T_1 / E^{(\gamma-1)}$$

deci :

$$T_2' = \frac{293}{1,39^{0,39}} = 264,5 \Rightarrow t_2' = -8,5^{\circ}\ C$$

d)- Masa Δm a vaporilor în exces se obţine scăzând din masa m_2 a vaporilor suprasaturanţi la temperatura t_2' pe cea a vaporilor saturanţi la aceeaşi temperatură. Din tabele se găseşte că pentru temperatura t_2' presiunea vaporilor saturanţi este p_v' = 2,41 torr, de unde :

$$m_2 = \mu \frac{p_v' \cdot V_2}{R\ T_2'} \Rightarrow m_2 = m_1 \frac{T_1}{T_2'} \cdot \frac{p_v'}{p_v} \cdot \frac{V_2}{V_1}$$

Deci :

$$\Delta m = m_1\left[1 - \frac{T_1'}{T_2'} \cdot \frac{p_v'}{p_v} E\right] \Rightarrow \Delta m = 41\left[1 - \frac{293}{264,5} \cdot \frac{2,41}{17,54} \cdot 1,30\right]$$

$$\Rightarrow \Delta m = 32,8\ mg$$

Din expresia lui m_2 se poate obţine imediat coeficientul de suprasaturaţie :

$$S = \frac{m_1}{m_2} = \frac{T_2' \cdot p_v \cdot V_1}{T_1 \cdot p_2' \cdot V_2} \Rightarrow S = \frac{T_2' \cdot p_v}{T_1 \cdot p_v' \cdot E}$$

deci :

$$S = \frac{264,5}{293} \cdot \frac{17,54}{2,41} \cdot \frac{1}{1,30} \Rightarrow S \cong 5$$

BCU IASI | CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

R : a) $\Delta V = 720\ cm^3$

b) $m_1 = 41\ mg$

c) $t_2' = -85\ ^oC$

d) $m = 328 mg$

$S \cong 5$

VI.30. O cameră Wilson, umplută cu aer şi vapori saturanţi de apă, este dispusă într-un cîmp de inducţie magnetică B = 1,5 T, suprasaturaţia obţinîndu-se la presiunea $p_2' = 1$ atm şi temperatura $t_2' = 7^oC$. Se aproximează amestecul din cameră în starea de suprasaturaţie cu aer NTP, energia necesară creării unei perechi de ioni în aer se ia $w = 32$ eV şi se consideră că picăturile de apă se formează numai pe ionii negativi, iar cîmpul magnetic este perpendicular pe direcţia de mişcare a particulelor; să se calculeze :

a)- numărul mediu de picături de ceaţă formate pe un centimetru de parcurs în cameră pentru protoni, deuteroni, particule alfa, fiecare avînd energia E = 2 MeV, dacă parcursurile corespunzătoare sînt : $R_p' = 7,2$ cm, $R_d' = 4,5$ cm şi $R_\alpha' = 1,05$ cm;

b)- numărul mediu de picături de ceaţă formate pe unitatea de parcurs pentru aceleaşi particule, care acum au fiecare viteza $v = 2,2.10^7$ m/s, pentru care parcursurile sînt : $R_p'' = 10,47$ cm, $R_d'' = 21$ cm, $R_\alpha'' = 10,6$ cm;

c)- razele de curbură medii ale traiectoriilor particulelor respective pentru cazul de la punctul (a) şi pentru cel de la punctul (b).

Rezolvare

a)- Numărul de picături de ceaţă formate pe unitatea de parcurs a particulei ionizante este egal cu numărul de perechi

de ioni formate pe această distanță, care este dat de raportul dintre energia particulei la energia de ionizare înmulțită cu parcursul :

$$N = \frac{E}{w \; R}$$

de unde :

$$N'_p = \frac{E'_p}{w \; R'_p} = \frac{2.10^6}{32.\ 7,2} = 8,86 \ .10^3 \text{ picături/cm}$$

$$N'_d = \frac{E'_d}{w \; R'_d} = \frac{2.\ 10^6}{32.\ 4,5} = 13,9 \ . \ 10^3 \text{ picături/cm}$$

$$N' = \frac{E'}{w \; R'} = \frac{2 \ .10^6}{32.\ 1,05} = 59,5 \ . \ 10^3 \text{ picături/cm}$$

b)- Numărul picăturilor pe unitatea de parcurs cînd particulele au aceeași viteză se calculează după aceeași relație folosită anterior; pentru protoni, deuteroni și particule alfa cu viteza $v = 2,2.10^7$ m/s, energiile cinetice sînt :

$$E''_p = \frac{m_p v^2}{2} = \frac{1,6724 \ .10^{-27} . \ 4,84 \ .10^{14}}{2 \ .1,6.10^{-13}} \simeq 2,5 \text{ MeV}$$

$$E''_d = \frac{m_d v^2}{2} = \frac{3,34 \ .10^{-27} \ . \ 4,84. \ 10^{14}}{2 \ .1,6 \ .10^{-13}} = 5 \text{ MeV}$$

$$E''_\alpha = \frac{m_\alpha v^2}{2} = \frac{6,64 \ .10^{-27} . \ 4,84 \ .10^{14}}{2.1,6 \ . \ 10^{-13}} = 10 \text{ MeV}$$

de unde

$$N''_p = \frac{E''_p}{w \; R''_p} = \frac{2,5.10^6}{32.\ 10,47} = 7,46 \ . \ 10^3 \text{ picături/cm}$$

$$N''_d = \frac{E''_d}{w \; R''_d} = \frac{5 \ .10^6}{32 \ . \ 21} = 7,44 \ .10^3 \text{ picături/cm}$$

BCU ASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$$N'' = \frac{E''}{w\,R''} = \frac{10^7}{32.10,6} = 29,5\ .10^3 \text{ picături/cm}$$

c)- Curbura traiectoriei se obţine datorită forţei Lorentz care acţionează asupra particulei ca forţă centripetă; egalînd forţa centrifugă cu forţa centripetă se obţine :

$$\frac{m\,v^2}{r} = e\,v\,B \Rightarrow r = \frac{m\,v}{e\,B}$$

Pentru cazul de la punctul (a), unde este dată energia particulei, se obţine :

$$r = \frac{m}{e\,B}\cdot\sqrt{\frac{2\,E}{m}} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{2\,m\,E}}{e\,B} = \sqrt{m}\ .\ \frac{\sqrt{2\,E}}{e\,B}$$

unde $\frac{\sqrt{2\,E}}{e\,B} = \frac{\sqrt{2,2.1,6.10^{-13}}}{1,6\ .10^{-19}.\ 1,5} = \frac{10^{-13}}{3}$

$$r'_p = \sqrt{m_p}\cdot\frac{\sqrt{2\,E}}{e\,B} = \sqrt{1,6724\ .\ 10^{-27}}\ .\ \frac{\sqrt{2.2.1,6.10^{-13}}}{1,6.10^{-19}.\ 1,5}$$

$$r'_p = \sqrt{m_p}\ .\ \frac{\sqrt{2\,E}}{e\,B} = \sqrt{1,6724\ .10^{-27}}\ .\ \frac{10^{13}}{3} = 0,1361 \text{ m} =$$

$$= 13,61 \text{ cm}$$

$$r'_d = \sqrt{m_d}\cdot\frac{\sqrt{2E}}{e\,B} = \sqrt{3,34\ .10^{-27}}\ .\ \frac{10^{13}}{3} = 0,19 \text{ m} = 19 \text{ cm}$$

$$r'_\alpha = \sqrt{m_\alpha}\cdot\frac{\sqrt{2E}}{e\,B} = \sqrt{6,64.10^{-27}}\ .\ \frac{10^{13}}{3} = 0,2775 \text{ m} = 27,75 \text{ cm}$$

iar pentru cazul de la punctul (b) se obţine :

$$r''_p = \frac{\sqrt{2m_p.\ E_p}}{e\,B} = \frac{\sqrt{2.1,6724.10^{-27}.2,5.1,6.10^{-13}}}{1,6\ .10^{-19}.\ 1,5} = 0,1547 \text{ m} =$$

$$= 15,47 \text{ cm}$$

$$r''_d = \frac{\sqrt{2\ m_d E_d}}{e\,B} = \frac{\sqrt{2.3,34.10^{-27}.5.1,6.10^{-13}}}{1,6.10^{-19}.\ 1,5} = 0,302 \text{ m} = 30,2 \text{ cm}$$

$$r''_\alpha = \frac{\sqrt{2\ m_\alpha E}}{e\,B} = \frac{\sqrt{2.6,64.10^{-27}.\ 1,6\cdot 10^{-12}}}{1,6.10^{-19}.1,5} = 0,192 \text{ m} = 19,2 \text{ cm}$$

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

R : a) $8,86.10^3$; $13,9.10^3$; $59,5.10^3$ pic/cm

b) $7,46.10^3$; $7,44.10^3$; $29,5.10^3$ pic/cm

c) 13,61 cm; 19 cm ; 27,75 cm

15,47 cm; 30,2 cm ; 19,2 cm

VI.31. O cameră cu bule ce conţine propan (C_3H_3), este iradiată de-alungul diametrului său cu un fascicul de radiaţii gama avînd secţiunea $A = 2\ mm^2$, fasciculul fiind emis ca un scurt impuls, ce conţine un număr $n_f = 5.10^4$ cuante. Trecerea fotonilor prin cameră a fost înregistrată pe un număr $N_0 = 10^4$ fotografii, dintre care $N_1 = 1.350$ fotografii aveau înregistrat procesul de fotodezintegrare a carbonului, descris de reacţia :

$$^{12}_{6}C \xrightarrow{\text{gama}} 3\,^{4}_{2}\alpha$$

Să se calculele secţiunea eficace microscopică a acestui proces, dacă densitatea propanului este $\rho = 0,33\ g/cm^3$ şi diametrul camerei este $D = 24$ cm.

Rezolvare

Numărul dezintegrărilor înregistrate se obţine ca produsul dintre numărul total de fotografii, cu numărul n_c al nucleelor de carbon din volumul de reacţie, precum şi cu secţiunea eficace de reacţie :

$$N_1 = N_0 \cdot n_c \cdot n_f \cdot \sigma$$

de unde :

$$\sigma = \frac{N_1}{N_0 \cdot n_c \cdot n_f}$$

Pentru calcularea numărului de nuclee de carbon din volumul delimitat de fascicul de radiaţii gama în camera cu bule, se evaluează mai întîi numărul de molecule de propan din acest volum :

$$n_p = \frac{m_p}{M} N_A = \frac{D.\ A.\ \rho}{M} \cdot N_A$$

unde M- este masa molară a propanului (M = 44 g/mol) iar N_A este numărul lui Avogadro ($N_A = 6{,}023 \cdot 10^{23}\ mol^{-1}$).
Din formula de compoziţie a propanului rezultă că numărul n_c de molecule de carbon va fi de trei ori numărul de molecule n_p:

$$n_c = 3\ n_p \Rightarrow \sigma = \frac{N_1\ M}{N_0 \cdot 3.D.A. \rho \cdot N_A \cdot n_f}$$

deci :

$$\sigma = \frac{1360 \cdot 44}{10^4 \cdot 3.24.2.10^{-2} \cdot 0{,}33 \cdot 6{,}023 \cdot 10^{23} \cdot 5.10^4} = 4{,}2.10^{-28} cm^2$$

$$\sigma = 4{,}2 \cdot 10^4 \text{ barn}$$

VI.32. Pentru detectarea particulelor de mare energie din radiaţia cosmică sau de la acceleratori s-a folosit un bloc compact de emulsie cu dimensiunile 10x10x10 cm, format prin presarea a 250 straturi de emulsie de grosime 0,4 mm, care au imprimată o reţea calibrată necesară pentru alinierea corectă a suprafeţelor. S-a utilizat emulsia Ilford-G5, la care AgBr reprezintă 80 % din greutate şi 50 % din volum şi are granulaţia foarte fină (diametrul de 0,3 μm) pentru a asigura o bună rezoluţie spaţială ; acest tip de emulsie nucleară la umiditatea relativă de 58 % are densitatea $\rho = 3{,}838\ g/cm^3$; densitatea atomică $n = 8.10^{22}$ atomi/cm^3, respectiv numărul de masă mediu $\overline{A} = 29$, numărul atomic mediu $\overline{Z} = 13$, iar media pătratică a acestuia

$\overline{Z^2} = 456$, în compoziţia emulsiei intrînd şi I, C, H, O, N, S. Să se calculeze :

a)- parcursul masic R_m al particulelor care să aibă întreaga traiectorie în emulsie ;

b)- parcursul corespunzător R_w al aceloraşi particule într-o cameră Wilson de mare presiune, umplută cu hidrogen la 10 atm, pentru care densitatea este $\rho_w = 4,7.10^{-4}$ g/cm^3;

c)- parcursul R_b al aceloraşi particule într-o cameră cu bule conţinînd propan de densitate $\rho_b = 0,33$ g/cm^3; să se compare dimensiunile astfel obţinute.

Rezolvare

a)- Parcursul masic R_m este definit ca produsul dintre parcursul liniar şi densitatea mediului străbătur. In cazul pachetului de emulsie cu dimensiunile 10x10x10 cm, traiectoria particulei se află în întregime în cameră dacă parcursul ei liniar este egal cu dimensiunea camerei; la incidenţă normală (cazul cel mai nefavorabil) acest proces trebuie să fie :

$$R = 10 \text{ cm} \Rightarrow R_m = R.\rho = 10.\ 3,838 = 38,38 \text{ g/cm}^2$$

(Acest parcurs corespunde pentru protoni la energia $E_p \simeq 200$ MeV, pentru mezoni π la energia $E_\pi \simeq 100$ MeV şi pentru mezoni μ la energia $E_\mu = 85$ MeV).

b)- In camera Wilson parcursul liniar este :

$$R_w = \frac{R_m}{\rho_w} = \frac{38,38}{4,7.10^{-4}} \text{ cm} = 81,66 \text{ m}$$

c)- In camera cu bule se obţine analog :

$$R_b = \frac{R_m}{\rho_b} = \frac{38,38 \text{ cm}}{0,33} = 1,163 \text{ m}$$

Se constată că pentru particule încărcate de mare energie ($\sim 10^8$ eV), camera Wilson şi camera cu bule nu mai sînt indicate, avînd dimensiuni prohibitive; în acest caz materializarea traiectoriei particulelor se face cu emulsiile nucleare groase (multistrat).

R : a) $R_m = 38,38$ g/cm^2

b) $R_w = 81,66$ m

c) $R_b = 1,163$ m

VI.33. Detectorii de urme (camera Wilson, camera cu difuzie, camera cu bule, emulsii nucleare, camera cu scîntei) materializează traiectoria radiaţiilor nucleare în zona sensibilă a detectorului, permiţînd determinarea parametrilor acestora; să se precizeze modul în care se poate determina :

a)- sarcina Z e a particulei;

b)- impulsul p al acesteia;

c)- energia E a particulei;

d)- viteza v a particulei;

e)- masa m a acesteia;

f)- timpul de viaţă τ al particulelor nestabile.

Rezolvare

a)- Pentru determinarea sarcinii particulei, detectorul de urme se dispune într-un cîmp magnetic avînd vectorul inducţiei $\vec{B}$ normal pe vectorul viteză al particulei; forţa Lorentz determină curbarea traiectoriei particulei, care în absenţa lui B este rectilinie. Sensul în care este curbată traiectoria depinde de semnul sarcinii, care se stabileşte prin

comparaţie cu sensul de curbare al traiectoriei unei particule de sarcină cunoscută. Determinarea valorii sarcinii pentru particule de mare energie se face cu ajutorul detectorilor Cerenkov, folosind faptul că numărul ΔN al fotonilor emişi în intervalul de frecvenţe $(\nu, \nu + \Delta\nu)$ depinde numai de sarcina Ze a particulei şi de unghiul θ sub care este emisă radiaţia faţă de direcţia particulei :

$$\Delta N \simeq \text{const} \cdot Z^2 \cdot \sin^2 \theta \cdot \Delta\nu$$

Pentru energii mici sarcina se măsoară prin alte metode.

b)- Măsurarea impulsului particulelor folosind detectori de urme se face fie prin măsurarea parcursului şi utilizarea graficelor sau relaţiilor parcurs-energie de unde se obţine energia şi apoi impulsul particulei, fie - cînd parcursul particulei nu se termină în detector - prin măsurarea curburii cauzate de cîmpul magnetic care acţionează normal pe planul de fotografiere. Forţa Lorentz permite să se obţină expresia impulsului :

$$p = Ze\,Br$$

Calculul aproximativ al razei de curbură r se face măsurînd lungimea l a coardei între două puncte ale traseii şi săgeata h cu care este subîntins arcul respectiv; se obţine :

$$r = l^2/8h \Rightarrow p = Ze\,B\,l^2/8h$$

c)- Energia particulelor al căror parcurs se termină în detector se determină prin utilizarea relaţiilor sau graficelor parcurs- energie şi se reduce la măsurarea precisă a lungimii traseii particulei. Pentru particulele relativiste la care energia cinetică este $E = cp$, energia se obţine determinînd impulsul (prin măsurarea coardei şi a săgeţii respective).
Există şi metode particulare de determinare a energie particulelor,

în special pentru energii foarte mari.

d)- Viteza particulelor nucleare de sarcină cunoscută se determină măsurînd ionizarea specifică I adică numărul de ioni produşi pe unitatea de parcurs a particulei în detector; ionizarea este funcţie numai de sarcina şi viteza particulei :

$$I = Z^2 f(v/c)$$

iar valoarea ionizării se obţine prin măsurarea densităţii picăturilor de ceaţă (a granulelor din emulsie sau a bulelor) formate pe trasa particulei, fie prin măsurarea directă, fie prin metode fotometrice. Viteza particulelor nucleare se poate obţine şi din măsurători de energie şi de impuls.

e)- Determinarea masei particulei şi a sarcinii acesteia permite de fapt identificarea particulei. Detectorii de urme permit măsurarea directă a energiei E, a impulsului p şi a vitezei v a particulei. Pe baza acestor trei mărimi se poate determina masa şi sarcina particulei. Pentru particule de sarcină cunoscută, masa se calculează fie din măsurători de energie şi viteză (E, v $\Rightarrow$ R, I), fie din măsurători de energie şi impuls (E, p $\Rightarrow$ R, r), fie din măsurători de impuls şi viteză (p, v $\Rightarrow$ r, I), măsurătorile avînd diverse variante particulare.

f)- Măsurarea timpului de viaţă al particulelor instabile folosind detectorii de urme se poate face doar pentru cazul în care urma particulei începe şi se termină în detector, respectiv particula se formează şi se dezintegrează în acesta. Pentru determinarea lui τ se determină viteza v a particulei şi se măsoară distanţa d dintre punctul de formare şi cel de dezintegrare a particulei, timpul de viaţă al particulei fiind $\tau = d/v$. Cunoscînd că viteza particulei este apropiată de c

şi ţinînd seama de dimensiunile uzuale ale detectorilor de urme, se conchide că metoda permite măsurarea unor timpuri de viaţă de ordinul 10^{-7} —— 10^{-10} secunde.

VI.34. Intr-un dozimetru chimic cu soluţie 0,8 - normală de $FeSO_4$ are loc, sub acţiunea radiaţiilor nucleare, reacţia de oxidare a ionului Fe^{2+} care se transformă în ionul Fe^{3+} transformarea punîndu-se în evidenţă prin micşorarea transparenţei soluţiei. Transparenţa integrală a soluţiei măsurată înainte de iradiere avea valoarea $T_1 = 0,9$ iar după iradiere $T_2 = 0,4$. Măsurătorile s-au făcut cu un spectrofotometru la care grosimea stratului de soluţie din cuva de măsură era $d = 2$ cm; coeficientul molar de extincţie, care este o constantă a aparatului, avea valoarea $\varepsilon = 2.174$ l.mol.cm. Din literatură se cunoaşte că randamentul acestei reacţii de oxidare prin iradiere are valoarea $\eta = 1,85$ micromoli de ioni Fe^{3+} la litru de soluţie pentru o doză de iradiere unitatea (1 Gy)- Să se calculeze doza de iradiere D care a determinat modificarea respectivă a transparenţei.

Rezolvare

Din literatură se cunoaşte că doza de iradiere în acest caz este proporţională cu logaritmul raportului transparenţelor şi este dată de expresia :

$$D = \frac{K}{\varepsilon \eta d} \lg (T_1/T_2)$$

unde K este o constantă, care pentru unităţile în care s-au exprimat mărimile din relaţie, are valoarea $K = 10^9$. Deci doza de iradiere este :

$$D = \frac{10^9}{2174.\ 1,85.\ 2} \lg(0,9/0,4) \Rightarrow D = 44,6\ Gy$$

R : D = 44,6 Gy.

VI.35. Pentru măsurarea activităţii absolute a unei surse beta de ^{32}P s-a folosit microcalorimetrul din fig. 6.9. construit din trei vase concentrice A,B,C. Vasele exterioare B şi C conţin azot iar cel interior are sursa radioactivă sub formă de soluţie, precum şi o spirală de sîrmă care, încălzită electric, serveşte la etalonarea calorimetrului. Radiaţiile beta sînt frînate în lichidul din vasul A şi în pereţii acestuia, fiind apoi complet absorbite în lichidul din B. Energia lor cinetică se transformă în căldură, care este reţinută în întregime în vasul B şi determină vaporizarea unei anumite cantităţi de azot lichid colectat în vasul D ca azot gazos la presiune constantă. După atingerea regimului termic staţionar, variaţia în timp a volumului de gaz din D, $\Delta V/\Delta t$, rămîne constantă şi corespunde la o variaţie a cantităţii de căldură $\Delta Q/\Delta t = 3,2.10^{-3}$ w.

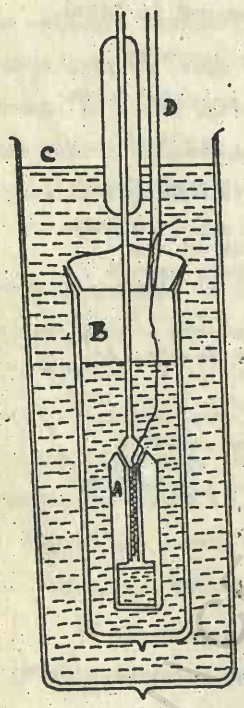


Fig.6.9.

Să se calculeze :

a)- activitatea A a sursei ;

b)- activitatea minimă A_m a unei surse de ^{32}P care mai poate fi măsurată cu microcalorimetrul respectiv dacă

puterea termică minimă care se poate măsura cu precizia de 1 % este $(\Delta Q/\Delta t)_m = 3.10^{-5}$ w.

Rezolvare

a)- Spectrul energetic al radiaţiilor beta emise de nuclizii radioactivi este un spectru continu, cu energii între 0 şi E_β şi are energia medie $\overline{E} \simeq E_\beta/3$, restul de energie fiind preluat de neutrinii emişi odată cu electronii; cum neutrinii practic nu interacţionează cu materialul calorimetrului, acesta reţine doar energia electronilor. Rezultă că energia rămasă în calorimetru în unitatea de timp este :

$$\frac{dE}{dt} = \Lambda \cdot E_\beta/3 = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

pentru cazul de faţă $E_\beta = 1{,}708$ MeV, de unde :

$$\Lambda = \frac{3}{E_\beta} \cdot \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{3.\ 3{,}21.\ 10^{-3}}{1{,}708.\ 10^{6}.\ 1{,}6.10^{-19}} \simeq 3{,}5.10^{10}\,\text{Bq} = 0{,}95\ \text{Ci}$$

b)- In mod analog se calculează activitatea minimă măsurabilă cu precizia de 1% :

$$\Lambda_m = \frac{3}{E_\beta}\left[\frac{\Delta Q}{\Delta t}\right]_m = \frac{3{,}3.\ 10^{-5}}{1{,}708.\ 10^{6}.\ 1{,}6.\ 10^{-19}} \simeq 3{,}3\ .10^{8}\ \text{Bq}$$

$$\Lambda_m \simeq 8{,}9\ \text{m Ci}.$$

R : a) $\Lambda \simeq 3{,}5.10^{10}\,\text{Bq} \simeq 0{,}95\ \text{Ci}$

b) $\Lambda_m \simeq 3{,}3.10^{8}\,\text{Bq} \simeq 8{,}9\ \text{m Ci}$

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

VI.36. Un contor pentru detecţia neutronilor termici bazat pe reacţia (n,α) în ^{10}B conţine triflorură de bor la presiunea $p = 100$ torr, cu borul îmbogăţit în izotopul ^{10}B în proporţia $K = 96\ \%$; tubul are diametrul catodului $d_c = 2{,}2$ cm şi al anodului $d_a = 5.10^{-3}$ cm, lungimea zonei sensibile a detectorului fiind $l = 15$ cm. Să se calculeze :

a)- sensibilitatea S definită ca viteza de numărare a detectorului la iradierea acestuia cu un flux de neutroni unitate ; neutronii termici au energia $E_o = 0{,}025$ eV pentru care secţiunea microscopică de absorbţie în ^{10}B este $\sigma = 4010$ barn;

b)- sensibilitatea S a detectorului pentru neutronii termici care nu se mai consideră monoenergetici, ci având o distribuţie maxwelliană în jurul energiei E_o;

c)- eficacitatea ε a detectorului, definită ca raportul dintre numărul neutronilor înregistraţă şi numărul total de neutroni care ajung în zona sensibilă a detectorului într-un timp dat;

d)- eficacitatea ε' a unui detector de neutroni termici bazat pe reacţia (n,α) în ^{6}Li sub formă de cristal scintilator de LiI(Tl) de grosime $l' = 2$ cm, cristal ce conţine $n' = 1{,}827.10^{22}$ nuclee de Li într-un cm^3; secţiunea microscopică eficace de absorbţie a neutronilor termici în litiu este $\sigma' = 71$ barn.

Rezolvare

a)- Deoarece energia particulei alfa rezultate din reacţia (n, α) în ^{10}B este mare ($E_\alpha = 2{,}3$ MeV) practic toate particulele formate în zona sensibilă a detectorului vor fi numărate, deci numărul de impulsuri din unitatea de timp va fi dat de numărul N de nuclee de ^{10}B din zona sensibilă multiplicat

cu secţiunea eficace microscopică de absorbţie σ :

$$S = N\sigma$$

Numărul N de nuclee se obţine din numărul de nuclee ^{10}B din unitatea de volum n şi volumul sensibil al detectorului:

$$N = n \cdot V$$

dar

$$n = \frac{N_A}{V_m} \cdot \frac{p}{p_o} \cdot K$$

unde N_A- numărul lui Avogadro, V_m- volumul molar al gazului ideal, p_o- presiunea normală. Deci :

$$N = \underbrace{\frac{N_A}{V_m} \cdot \frac{p}{p_c}}_{} \cdot k \cdot \underbrace{l \cdot \frac{\pi d_c^2}{4}}_{V}$$

unde volumul sensibil s-a considerat tot volumul interior catodului. Inlocuind valorile numerice se obţine :

$$S = \frac{6,023.10^{23}}{22,4.10^{-3}} \cdot \frac{100}{760} \cdot 0,96.15. \frac{3,14.84}{4} \cdot 4010.10^{-24} \Rightarrow$$

$$S = 0,778 \text{ imp.cm}^2$$

b)- Pentru neutronii termici cu distribuţia maxwelliană a energiei rezultă din literatură că sensibilitatea este:

$$S' = S \cdot \frac{v_o}{\bar{v}}$$

unde v_o este viteza neutronului cu energia $E_o = 0,025$ eV iar $\bar{v}$ este viteza medie a neutronilor cu distribuţia maxwelliană a energiei. Din teoria cinetică a gazului ideal se ştie că:

$$\bar{v} = v_o \cdot 1,128$$

deci

$$S' = S \cdot \frac{v_o}{\bar{v}} \Rightarrow S' = \frac{0,778}{1,128} = 0,689 \text{ imp.cm}^2$$

BCU IAŞI CENTRALA UNIVERSITY LIBRARY

c)- Dacă iradierea detectorului se face după direcţia xială, lungimea zonei străbătute de neutroni este lungimea l a zonei sensibile; probabilitatea ca neutronul să fie absorbit e această distanţă este :

$$1 - e^{-n \cdot \sigma \cdot l}$$

leci şi probabilitatea ca neutronul să fie detectat are aceeaşi expresie :

$$\mathcal{E} = 1 - e^{-n \cdot \sigma \cdot l}$$

sau

$$\mathcal{E} = 1 - \exp\left[-\left(\frac{6,023.10^{23}}{22,4.10^{3}} \cdot \frac{100}{760} \cdot 0,96\right).(4010.10^{-24}).15\right] =$$

$$= 1 - e^{-0,245} \Rightarrow \mathcal{E} = 0,2135 \Rightarrow \mathcal{E} = 21,35\ \%$$

d)- Eficacitatea $\mathcal{E}'$ a detectorului cu scintilaţii pentru neutronii termici este dată de aceeaşi expresie, deci :

$$\mathcal{E}' = 1 - e^{-n' \cdot \sigma' \cdot l'} = 1 - e^{-1,827.10^{22}.71.10^{-24}.2} = 0,9$$

$$\Rightarrow \mathcal{E}' = 90\ \%.$$

R : a) $S = 0,778$ imp.cm^2

b) $S' = 0,689$ imp.cm^2

c) $\mathcal{E} = 21,35\ \%$

d) $\mathcal{E}' = 90\ \%$.

BCU IAŞI | CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

B I B L I O G R A F I E

1. Price W.J., - "Nuclear radiation detection" - N.Y.Toronto - London - 1958

2. Fenyves E., Haiman O., - "The physical principles of nuclear radiation measurements" - - AK. Kiado - Budapest - 1969

3. Ioniţă Gv, - "Fizică nucleară" vol.II- Multiplicat- Universitatea Iaşi 1960

4. Ghimsburg V.L. - g.a - "Culegere de probleme de fizică generală" - vol.II., Ed.tehnică, Bucureşti, 1962

5. Berinde D., şi alţii - "Probleme rezolvate de tehnică nucleară" Ed.tehnică- Bucureşti- 1973

6. Irodov I., Saveliev I., Zamcha O., - Recueil de problèmes de physique générale" - Ed.MIR- Moscou - 1976.

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

VII. REACTII NUCLEARE

VII.1. Să se găsească nucleele rezultate în următoarele reacţii :

1) $^{13}_{6}C + ^{2}_{1}H \longrightarrow \alpha + ?$ 2) $^{13}_{6}C + ^{2}_{1}H \longrightarrow ^{3}_{1}H + ?$

3) $^{13}_{6}C + ^{2}_{1}H \longrightarrow p + ?$ 4) $^{13}_{6}C + ^{2}_{1}H \longrightarrow n + ?$

Rezolvare

Pe baza legilor de conservare a sarcinii electrice şi a sarcinii barionice se obţin următoarele rezultate :

- 1) $^{13}_{6}C\ (\ ^{2}_{1}H, \alpha)\ ^{11}_{5}B$

Conservarea sarcinii electrice se scrie cu ajutorul numărului de sarcini elemcntare Z : 6 + 1 = 2 + 5, ia conservarea sarcinii barionice se scrie cu ajutorul numărului de masă A: 13 + 2 = 4 + 11.

- 2) $^{13}_{6}C\ (\ ^{2}_{1}H,\ ^{3}_{1}H)\ ^{12}_{6}C$

Z : 6 + 1 = 1 + 6 ; A : 13 + 2 = 3 + 12

- 3) $^{13}_{6}C(\ ^{2}_{1}H, p)\ ^{14}_{6}C$

Z : 6 + 1 = 1 + 6 ; A : 13 + 2 = 1 + 14

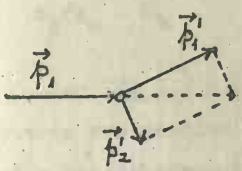
- 4) $^{13}_{6}C(\ ^{2}_{1}H, n)\ ^{14}_{7}N$

Z : 6 + 1 = 0 + 7 ; A : 13 + 2 = 1 + 14.

VII.2. Să se arate că atunci cînd o particulă de masă m şi viteză v se ciocneşte elastic (necentral) cu o particulă de aceeaşi masă, aflată în repaus, traiectoriile celor

particule după ciocnire sînt reciproc perpendiculare.

Rezolvare



Ciocnirea fiind elastică conservarea impulsului şi a energiei se scrie sub forma :

$$\vec{p}_1 = \vec{p}_1' + \vec{p}_2' \qquad (1)$$

$$E_1 = E_1' + E_2' \qquad (2)$$

Din conservarea energiei cinetice rezultă, pentru $m_1 = m_2$

$$p_1^2 = p_1'^2 + p_2'^2 \qquad (3)$$

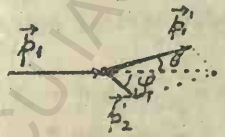
iar din conservarea impulsului

$$p_1' = p_1'^2 + p_2'^2 + 2\, p_1\, p_2 \cos(\vec{p}_1, \vec{p}_2)$$

Pentru a fi valabilă conservarea energiei cinetice este necesar ca $\cos(\vec{p}_1', \vec{p}_2') = 0$, deci $\vec{p}_1' \perp \vec{p}_2'$.

VII.3. O particulă de masă m_1 avînd viteza v_1 (în SL) se ciocneşte elastic de o particulă de masă m_2 aflată în repaus. După ciocnire cele două particule se mişcă în direcţii ce fac unghiurile θ şi respectiv φ cu direcţia de mişcare a particulei proiectil. Să se găsească relaţia dintre viteza v_2 a particulei de masă m_2 şi unghiul φ pe care-l face această viteză cu viteza particulei proiectil.

Rezolvare



Din conservarea impulsului şi a energiei pentru ciocnirea elastică rezultă :

$$\vec{p}_1 = \vec{p}_1' + \vec{p}_2'$$

$$E_1 = E_1' + E_2' \quad \text{sau} \quad \frac{p_1^2}{2m_1} = \frac{p_1'^2}{2m_1} + \frac{p_2'^2}{2m_2}$$

Dar

$$p_1'^2 = p_1^2 + p_2'^2 - 2\, p_1\, p_2' \cos\varphi$$

Astfel $$\frac{p_1^2}{2m_1} = \frac{p_1^2}{2m_1} + \frac{p_2'^2}{2m_1} - 2\frac{p_1 p_2'}{2m_1}\cos\varphi + \frac{p_2'^2}{2m_2}$$

de unde $$p_2'\left(\frac{p_2'}{2m_1} - 2\frac{p_1}{2m_1}\cos\varphi + \frac{p_2'}{2m_2}\right) = 0$$

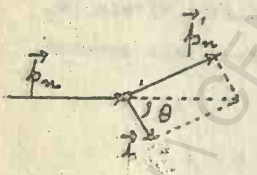
$$v_2'\left(\frac{m_2}{m_1} + 1\right) = 2 v_1 \cos\varphi \quad ; \quad v_2' = 2 v_1 \frac{m_1}{m_1 + m_2}\cos\varphi$$

$$v_2' = 2 v_1 \frac{M}{m_2}\cos\varphi$$

unde $M = \dfrac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ este masa redusă a sistemului format din cele două particule.

VII.4. Să se arate că atunci cînd un neutron ciocneşte elastic un proton în repaus, între energia neutronului, E_n şi energia de recul a protonului, E_p, există relaţia $E_p = E_n \cos^2\theta$, unde θ este unghiul dintre direcţia de mişcare a protonului şi direcţia neutronului incident.

Rezolvare



Ciocnirea este elastică, deci conservarea impulsului şi a energiei se scrie :

$$\vec{p}_n = \vec{p}_n' + \vec{p}_p \quad ; \quad \vec{p}_n' = \vec{p}_n - \vec{p}_p$$

$$E_n = E_n' + E_p$$

$$E_p = E_n - E_n' = \frac{p_n^2}{2m_n} - \frac{p_n'^2}{2m_n} = \frac{p_n^2}{2m_n} - \frac{1}{2m_n}(p_n^2 + p_p^2 - 2 p_n p_p \cos\theta)$$

sau

$$\frac{p_p^2}{2m_p} = -\frac{p_p^2}{2m_n} + 2\frac{p_n p_p}{2m_n}\cos\theta \quad ; \quad \frac{p_p^2}{2m_p}\left(1 + \frac{m_p}{m_n}\right) = 2\frac{p_n}{2m_n} p_p \cos\theta$$

Ridicînd la pătrat :

$$\left(\frac{p_p^2}{2m_p}\right)^2 \left(1 + \frac{m_p}{m_n}\right)^2 = 4 \cdot \frac{p_n^2}{2m_n} \cdot \frac{p_p^2}{2m_p} \cdot \frac{m_p}{m_n} \cos^2 \theta \Rightarrow E_p = E_n \cos^2 \theta$$

căci $m_p/m_n = 1$.

VII.5. Reacţii de tipul (p,n) se utilizează pentru producerea neutronilor cu energie joasă. Să se arate că energia minimă a neutronului emis este dată de $(E_n)_{min} = E_p/(A + 1)^2$ unde E_p este energia de prag a reacţiei iar A este numărul de masă al nucleului ţintă.

Rezolvare

Energia minimă a particulei emergente într-o reacţie endoenergetică se obţine pentru o energie cinetică a particulei proiectil corespunzătoare pragului reacţiei. In aceste condiţii particulele rezultate din reacţie se află în repaus în SCM (sistemul centrului de masă), deci viteza lor în raport cu SL (sistemul laboratorului) este egală cu viteza centrului de masă al sistemului format din particulele rezultante. Conservarea impulsului în reacţie :

$$\vec{p}_p = \vec{p}_{CM}$$

unde $\vec{p}_p$ este impulsul protonului iar p_{CM} este impulsul centrului de masă al sistemului după ciocnire. Viteza centrului de masă este

$$\vec{v}_{CM} = \frac{\vec{p}_{CM}}{M} = \frac{\vec{p}_p}{M}$$

unde M este masa sistemului format după ciocnire. Energia cinetică a neutronului rezultant este

$$E_n = \frac{1}{2} m_n v_{CM}^2 = \frac{1}{2} m_n \left(\frac{p_p}{M}\right)^2 = \frac{p_p^2}{2m_p} \cdot \frac{m_n m_p}{M^2} = E_p \frac{m_n m_p}{M^2}$$

Inlocuind raportul maselor cu raportul numerelor de masă rezultă:

$$E_n = E_p \frac{1}{(A+1)^2}$$

ăci masa sistemului poate fi aproximată ca suma dintre masa nucleului ţintă şi a particulei proiectil.

VII.6. O particulă avînd masa m şi energia cinetică E se ciocneşte elastic necentral cu o particulă de aceeaşi masă aflată în repaus şi este deviată cu 45^0 faţă de direcţia iniţială. a) Să se compare lungimile de undă de Broglie ale particulelor după ciocnire calculate în SL şi în SCM; b) Să se calculeze energia pe care o au împreună cele două particule în SCM şi să se compare cu: 1) energia centrului de masă în SL; 2) energia cinetică iniţială E în SL; şi 3) energia fiecărei particule în SCM. (Se consideră particula nerelativistă).

Rezolvare.

a) Lungimea de undă a particulei este $\lambda = \frac{h}{p'}$, p' fiind impulsul particulei după ciocnire exprimat în cele două sisteme de referinţă. Vom nota cu v şi v' vitezele înainte şi după ciocnire în sistemul de referinţă al laboratorului (SL) iar cu u şi u' vitezele respective în sistemul de referinţă legat de centrul de masă (SCM) a sistemului format din cele două particule. Fiind o ciocnire elastică necentrală între două particule de masă egală, direcţiile lor după ciocnire vor fi reciproc perpendiculare în SL (a se vedea problema VII.2) : $\theta + \varphi = \frac{\pi}{2}$. Cum $\theta = 45^0$ rezultă $\varphi = \theta = 45^0$.

Conservarea impulsului în procesul de ciocnire

$$m\vec{v}_1' + m\vec{v}_2' = m\vec{v}_1$$

poate fi scrisă pentru componenta longitudinală

$$m v_1' \cos\theta + m v_2' \cos\varphi = m v_1$$

și pentru componenta transversală

$$m v_1 \sin\theta - m v_2 \sin\theta = 0$$

de unde rezultă

$$v_1' = v_2' \quad \text{deci} \quad p_1' = p_2'$$

și

$$2 m v_1' \cos\theta = m v_1 \Rightarrow p_1' = p_2' = \frac{m v_1}{2\cos\theta} = \frac{m v_1}{\sqrt{2}}$$

Ca urmare lungimile de undă de Broglie ale celor două particule după ciocnire, în SL sînt egale și au valoarea

$$\lambda_1' = \lambda_2' = \frac{h\sqrt{2}}{m v_1}$$

In SCM, înainte de ciocnire vitezele celor două particule sînt :

$$u_1 = v_1 - v_{CM} = \frac{v_1}{2} \quad ; \qquad u_2 = v_{CM} = \frac{v_1}{2}$$

După ciocnirea elastică, datorită conservării energiei cinetice,

$$u_1' = u_1 = \frac{v_1}{2} \quad ; \qquad u_2' = u_2 = \frac{v_1}{2}$$

Deci în SCM

$$p_1' = p_2' = \frac{m v_1}{2} \quad \text{și} \quad (\lambda_1')_{SCM} = (\lambda_2')_{SCM} = \frac{2h}{m v_1}$$

b) Energia cinetică pe care o au împreună cele două particule în SCM este

$$E_{SCM} = (E_1 + E_2)_{SCM} = \frac{1}{2} m u_1^2 + \frac{1}{2} m u_2^2 = m \left(\frac{v_1}{2}\right)^2 = \frac{E_1}{2}$$

unde E_1 este energia cinetică a particulei proiectil în SL.

1) $E_{CM} = \frac{1}{2}(m_1+m_2)v_{CM}^2 = m v_{CM}^2 = m\left(\frac{v_1}{2}\right)^2 = \frac{E_1}{2}$; $E_{SCM} = E_{CM}$

2) $E_{SCM} = \frac{E_1}{2}$

3) $(E_1)_{SCM} = (E_2)_{SCM} = \frac{1}{4}$; $E_{SCM} = 2(E_1)_{SCM} = 2(E_2)_{SCM}$.

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Să se deducă expresia energiei de reacţie Q (ecuaţia Q).

Rezolvare

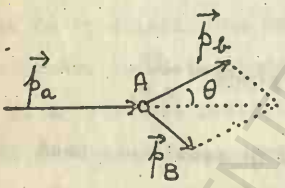
Energia de reacţie se defineşte ca energia eliberată (reacţia exoenergetică) sau absorbită (reacţie endoenergetică) într-o reacţie nucleară. Ea se calculează ca diferenţa dintre energia proprie totală a particulelor care intră în reacţie şi energia proprie totală a particulelor care rezultă din reacţie.

$$Q = \sum m_i C^2 - \sum m_f C^2 = \Delta m \cdot C^2$$

Considerăm o reacţie de forma

$$a + A \longrightarrow b + B$$

unde a = particula incidentă (proiectil), A = particula (nucleul) ţintă pe care-l vom considera în repaus, b= particula emergentă, B = particula (nucleul) reziduală (de recul)



Conservarea energiei şi impulsului într-o astfel de reacţie se scrie :

$$\vec{p}_a = \vec{p}_b + \vec{p}_B \qquad (1)$$

$$E_a + m_a C^2 + M_A C^2 = E_b + m_b C^2 + E_B + m_B C^2 \qquad (2)$$

Energia de reacţie este :

$$Q = (m_a C^2 + M_A C^2) - (m_b C^2 + m_B C^2)$$

iar din (2) rezultă :

$$Q = E_b + E_B - E_a = \frac{p_b^2}{2m_b} + \frac{p_B^2}{2M_B} - \frac{p_a^2}{2m_a}$$

Deoarece, în general, nucleul de recul B are energia cinetică mică, foarte greu de măsurat experimental, energia de reacţie Q se exprimă numai în funcţie de energiile cinetice ale particulei

emergente θ, ugor de determinat experimental.

Din (1) rezultă :

$$p_B^2 = p_a^2 + p_b^2 - 2\, p_a\, p_b \cos\theta$$

Astfel

$$Q = \frac{p_b^2}{2m_b} - \frac{p_a^2}{2m_a} + \frac{p_a^2}{2M_B} + \frac{p_b^2}{2M_B} - \frac{2\, p_a\, p_b}{2M_B} \cos\theta$$

sau introducînd energia cinetică,

$$Q = E_b\left(1 + \frac{m_b}{M_B}\right) - E_a\left(1 - \frac{m_a}{M_B}\right) - 2\,\frac{\sqrt{E_a\, E_b\, m_a\, m_b}}{M_B}\cos\theta$$

Valoarea lui Q depinde de starea de excitare a nucleului rezidual.

VII.8. Calculaţi valorile energiei de reacţie Q pentru următoarele reacţii :

$^{18}O(p,\alpha)\,^{15}N$; $^{9}Be(\alpha,d)\,^{11}B$; $^{2}D\,(d,n)\,^{3}He$

$^{18}O(\alpha,p)\,^{21}Fe$; $^{23}Na(p,\alpha)\,^{20}Ne$; $^{27}Al(p,\gamma)\,^{28}Si$

Rezolvare

$$Q = c^2 \Delta m \quad ; \quad \Delta m = \Sigma m_i - \Sigma m_f$$

m_i = suma maselor izotopice ale nucleelor şi particulelor care intră în reacţie;

m_f = suma maselor izotopice ale nucleelor şi particulelor care rezultă din reacţie.

$m(^{18}O) = 17,99916$; $m_p = 1,007825$; $m_\alpha = 4,002604$

$m(^{15}N) = 15,000108$; $\Delta m = 19,006985 - 19,002712 = 0,004273$

$Q = 3,98$ MeV.

În mod asemănător se procedează pentru celelalte reacţii luînd

masele din tabele.

O metodă pentru detectarea neutronilor termici ($E_n = \frac{1}{40}$ eV) utilizează reacţia $^{10}_{5}B(n,\alpha)\,^{7}_{3}Li$ unde sînt înregistrate particulele alfa. Energia de reacţie este $Q = 2{,}79$ MeV, Care sînt energiile cinetice ale particulei alfa şi nucleului de recul ?

Rezolvare

Energia neutronilor termici fiind foarte mică în comparaţie cu energia de reacţie se poate considera nucleul compus în repaus şi se dezintegrează emiţînd o particulă alfa iar nucleul de recul este Li. Conservarea impulsului se scrie:

$$0 = \vec{p}_{\alpha} + \vec{p}_{Li}$$

iar energia de reacţie

$$Q = E_{\alpha} + E_{Li} = \frac{p_{\alpha}^2}{2m_{\alpha}} + \frac{p_{Li}^2}{2m_{Li}}$$

Din aceste două ecuaţii rezultă

$$E_{\alpha}\left(1 + \frac{m_{\alpha}}{m_{Li}}\right) = Q \Rightarrow E_{\alpha} = \frac{7}{11} Q = 1{,}775 \text{ MeV}$$

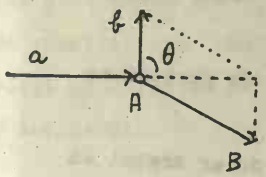
$$E_{Li} = \frac{4}{11} Q = 1{,}015 \text{ MeV}$$

Aplicînd legile de conservare ale energiei şi impulsului să se arate că energia cinetică a particulei ugoare, emise sub un unghi de 90° faţă de direcţia particulei proiectil incidente, este dată de expresia :

$$E_b = \frac{M_B}{m_b + M_B}\left(Q - \frac{m_a - M_B}{M_B} E_a\right)$$

(reacţia a fost scrisă simbolic sub forma : $a + A \longrightarrow b + B$).

Rezolvare



Făcînd $\theta = 90^0$, ($\cos \theta = 0$), în expresia energiei de reacţie rezultă:

$$Q = E_b\left(1 + \frac{m_b}{M_B}\right) - E_a\left(1 - \frac{m_a}{M_B}\right).$$

de unde

$$E_b = \frac{M_B}{m_b + M_B}\left(Q - \frac{m_a - M_B}{M_B} E_a\right).$$

VI.11. Reacţia ${}_1^1H + {}_3^7Li \longrightarrow {}_4^7Be + {}_0^1n$ se utilizează cîteodată pentru producerea de neutroni monoenergetici dintr-o sursă de protoni monoenergetici. Energia de reacţie are valoarea $Q = -1{,}64$ MeV. Sub ce unghi vor fi emişi neutronii cu energia de 2,5 MeV atunci cînd ţinta de ${}_3^7Li$ este bombardară cu un fascicul de protoni avînd energia de 5 MeV ?

Rezolvare

Din expresia energiei de reacţie rezultă :

$$\cos\theta = \frac{M_{Be}}{2\sqrt{E_n E_p m_n m_p}}\left[E_n\left(1 + \frac{m_n}{M_{Be}}\right) - E_p\left(1 - \frac{m_p}{M_{Be}}\right) - Q\right]$$

Introducînd valorile date în problemă se obţine :

$$\cos\theta = 0{,}20921 \Rightarrow \theta = 77^0 50'$$

VI.12. Bombardînd aluminiu cu radiaţii alfa cu energia $E_\alpha = 7{,}68$ MeV are loc o reacţie nucleară în care se emit protoni. La un unghi de 90^0 faţă de direcţia particulelor alfa incidente se obţin experimental 4 grupuri de protoni avînd energiile $E_1 = 8{,}63$ MeV; $E_2 = 0{,}41$ MeV; $E_3 = 5{,}15$ MeV ; $E_4 = 3{,}98$ MeV.

BCU CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

a) Să se scrie reacţia nucleară corespunzătoare,

b) Să se determine energia de reacţie în cazul fiecărui grup de protoni.

c) Care este originea celor trei grupuri de protoni cu energie mică ?

d) Care sînt energiile radiaţiilor gama ce ar trebui să însoţească reacţia ?

Rezolvare

a) $ {}^{4}_{2}He + {}^{27}_{13}Al \longrightarrow {}^{30}_{14}Si + {}^{1}_{1}H $

b) $ Q = E_p\left(1 + \frac{m_p}{M_{Si}}\right) - E_\alpha\left(1 - \frac{m_\alpha}{M_{Si}}\right) $

$ Q_1 = 8,63\left(1 + \frac{1}{30}\right) - 7,68\left(1 - \frac{4}{30}\right) = 2,261 $ MeV

$ Q_2 = -0,0323 $ MeV ; $ Q_3 = -1,334 $ MeV ; $ Q_4 = -2,543 $ MeV.

c) La emisia primului grup de protoni nucleul rezidual rămîne în stare fundamentală iar în cazul celorlalte trei rămîne în diferite stări de excitare.

d) Revenind în starea fundamentală nucleul rezidual emite energia de excitare sub formă de cuante gama. Dacă nu se ia în considerare energia de recul a nucleului energiile cuantelor gama emise vor fi :

$ E_{\gamma_1} = 2,294 $ MeV ; $ E_{\gamma_2} = 3,596 $ MeV ; $ E_{\gamma_3} = 4,805 $ MeV.

VII-18. Protonii accelerați într-un ciclotron pînă la 50 MeV, lovesc o țintă de beriliu interioară rezultînd neutroni ce pot fi observați în exteriorul ciclotronului. Neutronii cu energia cea mai mare sînt emiși în aceași direcţie cu protonii incidenţi ($\theta = 0$) şi au energia $E_n = 48,1$ MeV. Utilizînd legile

de conservare să se găsească : a) nucleul rezidual ce se formează cînd ţinta din $^{9}_{4}Be$ este bombardată cu protoni iar în urma reacţiei apar neutroni ; b) energia maximă a neutronilor produşi în direcţia ce face unghiul de 30° cu direcţia protonilor incidenţi.

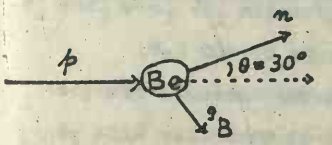
Rezolvare

a) $^{1}_{1}H + {}^{9}_{4}B^{e} \longrightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{1}_{o}n$

Conservarea sarcinii electrice : $1 + 4 = Z + 0$

şi a numărului barionic : $1 + 9 = A + 1$

conduce la nucleul ţintă cu $Z = 5$ şi $A = 9$: $^{9}_{5}B$.



Din conservarea energiei şi impulsului rezultă expresia energiei de reacţie Q :

$$Q = E_n\left(1 + \frac{m_n}{M_B}\right) - E_p\left(1 - \frac{m_p}{M_B}\right) - 2\frac{\sqrt{E_p E_n m_p m_n}}{M_B}\cos\theta$$

Menţionăm că în calcule se poate aproxima raportul maselor cu raportul numerelor de masă corespunzătoare.

Din datele problemei pentru $Q = 0$ se determină valoarea maximă a lui Q ce corespunde formării nucleului rezidual în starea fundamentală :

$$Q = -1{,}9 \text{ MeV}$$

Din expresia lui Q se găseşte energia cinetică a neutronului emergent :

$$\sqrt{E_n} = \frac{2\sqrt{E_p m_p m_n}\cos\theta/M_B \pm}{2(1 + m_n/M_B)}$$

$$\pm\sqrt{4E_p m_p m_n \cos^2\theta/M_B^2 + 4(1+m_n/M_B)\left[Q + E_p(1 - m_p/M_B\right]}$$

$$2(1 + m_n/M_B)$$

Introducînd valoarea maximă a lui Q şi $\Theta = 30^0$ se obţine energia cinetică maximă a neutronilor emişi în direcţia ce face unghiul Θ cu direcţia protonilor incidenţi :

$$\sqrt{E_n} = \frac{1,36 \pm 13,79}{2,22} \; ; \quad \sqrt{E_n} = 6,84 \; ; \quad E_n = 46,5 \text{ MeV}.$$

Observaţie : Procesele posibile din punct de vedere energetic se caracterizează prin valori reale, pozitive ale rădăcinii pătrate din energia cinetică a particulei emergente.

VII.14. O metodă des întîlnită în laborator pentru producerea neutronilor rapizi utilizează reacţia ${}_1^2H + {}_1^3H \rightarrow {}_2^4He + {}_0^1n$. Fasciculul incident de deuteroni are energia de 400 KeV.

a) Să se calculeze valoarea lui Q pentru această reacţie?

b) Care sînt energiile cinetice ale particulelor alfa şi neutronilor dacă pot fi neglijate energiile cinetice ale ${}^2H_1$ şi ${}_1^3H$?

c) Să se reprezinte grafic energia neutronului în funcţie de unghiul Θ sub care este emis faţă de direcţia particulei proiectil, modificarea lui Θ se face în trepte de 30^0 de la $\Theta = 0$ la $\Theta = 180^0$.

d) Care vor fi energiile neutronilor emişi sub diferite unghiuri dacă tritiul este bombardat cu deuteroni avînd energia de 4 MeV ?

Indicaţii : a) $Q = c^2 . \Delta m$

b) Neglijînd energiile cinetice ale particulelor care intră în reacţie, energia cinetică a particulelor rezultate din reacţie va fi egală cu energia de reacţie :

$$Q = E_\alpha + E_n = \frac{p_\alpha^2}{2m} + \frac{p_n^2}{2m_n}$$

In condiţiile menţionate se poate considera nucleul intermediar compus, în repaus. Deci

$$\vec{p}_\alpha = -\vec{p}_n \quad \text{sau} \quad |\vec{p}_\alpha| = |\vec{p}_n|$$

$$Q = \frac{p_n^2}{2m_n}\left(1 + \frac{m_n}{m_\alpha}\right) = E_n\left(1 + \frac{m_n}{m_\alpha}\right) ; \quad E_n = \frac{m_\alpha}{m_\alpha + m_n} Q = \frac{4}{5} Q$$

$$E_\alpha = \frac{1}{5} Q.$$

c) Din expresia energiei de reacţie se scoate E_n

$$\sqrt{E_n} = \frac{2\sqrt{E_d\, m_d\, m_n}\, \cos\alpha / m_\alpha}{2\left(1 - \frac{m_n}{m_\alpha}\right)} \pm$$

$$\pm \frac{\sqrt{4\, E_d\, m_d m_n \cos^2\theta / m_\alpha^2 + 4\left(1 + \frac{m_n}{m_\alpha}\right)\left[Q + E_d\left(1 - m_d/m_\alpha\right)\right]}}{2\left(1 - m_n/m_\alpha\right)}$$

Se introduc valorile lui θ : 0; 30°; 60°; 90°; 120°; 150°; 180° şi se calculează valorile corespunzătoare ale lui E_n iar apoi se reprezintă grafic $E_n = E_n(\theta)$; $E_d = 400$ KeV.

d) Se calculează energia cinetică a neutronilor E_n, pentru diferitele valori ale lui θ punînd $E_d = 4$ MeV.

VII.15. O altă reacţie utilizată în laborator pentru producerea neutronilor rapizi este :

$$^2_1H + {}^2_1H \longrightarrow {}^3_2He + {}^1_0n \quad ; \quad \left[{}^2H(d, n)\, {}^3He\right]$$

Să se calculeze pentru această reacţie mărimile cerute la problema precedentă.

Indicaţii : Pentru calcule se utilizează aceleaşi relaţii doar că în loc de tritiu se introduce deuteriu, iar în loc de ^4_2He se introduce ^3_2He.

VII.16. O particulă alfa avînd energia cinetică de 3,5 MeV loveşte un nucleu de ^{10}B aflat în repaus. Se produce o reacţie nucleară în care se emite un proton în aceeaşi direcţie cu a particulei alfa incidente

a) Să se scrie ecuaţia reacţiei.

b) Care este valoarea energiei de reacţie ?

c) Să se calculeze energia cinetică a protonului .

Rezolvare

a) $^{4}_{2}He + ^{10}_{5}B \longrightarrow ^{13}_{6}C + ^{1}_{1}H$ sau $\alpha + ^{10}_{5}B \longrightarrow ^{13}_{6}C + p$

b) $Q = \Delta m\, c^2$. $Q = 4{,}064$ MeV

c) Din expresia energiei de reacţie se scoate energia cinetică a protonului :

$$Q = E_p\left(1+\frac{m_p}{M_c}\right) - E_\alpha\left(1-\frac{m_\alpha}{M_c}\right) - 2\,\frac{\sqrt{E_p\, E_\alpha\, m_p\, m_\alpha}}{M_c}\cos\theta, \text{ cu } \theta = 0$$

$$E_p\left(1+\frac{m_p}{M_c}\right) - 2\,\frac{\sqrt{E_\alpha\, m_\alpha m_p}}{M_c}\sqrt{E_p} - \left[Q + E_\alpha\left(1+\frac{m_\alpha}{M_c}\right)\right] = 0$$

$$\sqrt{E_p} = \frac{2\sqrt{E_\alpha\, m_\alpha\, m_p}/M_c}{2(1+m_p/M_c)} \pm$$

$$\pm\frac{\sqrt{4\,E_\alpha\, m_\alpha m_p/M_c^2 + 4\,(1+m_p/M_c)\left[Q + E_\alpha(1+m_\alpha/M_c)\right]}}{2(1+m_p/M_c)}$$

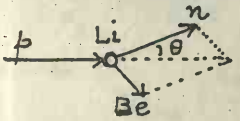
Se aproximează raportul maselor prin raportul numerelor de masă, se introduce valoarea lui Q şi a lui E_α şi se obţine :

$$E_p = 9{,}687 \text{ MeV}.$$

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

VII.17. ^{7}Li este bombardat cu protoni cu energia de 3 MeV. Care este energia neutronilor emişi în această reacţie în direcţii ce fac unghiurile de (a) 45°, (b) 90°, (c) 135° în raport cu direcţia protonului incident ?

Indicaţii :



$$^{1}_{1}p + ^{7}_{3}Li \longrightarrow ^{7}_{4}Be + ^{1}_{0}n$$

$$Q = \Delta m \cdot c^2$$

Din expresia energiei de reacţie Q se scoate energia cinetică a particulei emergente şi se calculează pentru valorile date ale lui Q.

VII.18. Să se calculeze energia necesară deuteronilor pentru ca bombardînd triton în repaus să se emită neutroni cu energia de 20 MeV în direcţia înainte.

Rezolvare

$$^{2}_{1}H + ^{3}_{1}H \longrightarrow ^{4}_{2}He + ^{1}_{0}n \quad ; \quad Q = \Delta m \cdot c^2 = 17,6 \text{ MeV}$$

Din expresia energiei de reacţie se scoate energia cinetică a particulei proiectil

$$E_d\left(1 - \frac{m_d}{m_\alpha}\right) + 2\sqrt{E_d}\,\frac{\sqrt{E_n\, m_d\, m_n}}{m_\alpha}\cos\theta + \left[Q - E_n\left(1 + \frac{m_n}{m_\alpha}\right)\right] = 0$$

$$\theta = 0 \quad ; \quad \cos\theta = 1$$

$$E_d = \frac{-2\sqrt{E_n m_d m_n}/m_\alpha \pm \sqrt{2\,E_n m_d m_n / m_\alpha^2 + 4(1 - m_d/m_\alpha)\left[E_n(1+m_n/m_\alpha) - Q\right]}}{2(1 - m_d/m_\alpha)}$$

$E_{d_1} = + 1,[illegible]$ $\qquad E_{d_2} = 3,304$ MeV

VII.19. Bombardînd nucleele de carbon cu un fascicul de deuteroni, se emit particule alfa conform reacţiei

$$^{12}_{6}C + ^{2}_{1}H \longrightarrow ^{10}_{5}B + ^{4}_{2}He$$

Dacă energiile cinetice ale particulelor alfa emise în direcţiile ce fac unghiul θ_1 respectiv θ_2 cu direcţia fasciculului incident sînt E_1 şi respectiv E_2 să se calculeze :

a) valoarea energiei de reacţie Q;

b) energia fasciculului de deuteroni.

Indicaţii a) $Q = \Delta m \cdot c^2$

b) Din expresia energiei de reacţie se scoate energia cinetică a deuteronilor incidenţi şi se calculează valoarea ei pentru cele două perechi de date : (θ_1, E_1); (θ_2, E_2).

VII.20. Să se găsească energia cinetică de prag a particulei proiectil din reacţia A(a,b) B.

Rezolvare : Pentru producerea reacţiilor endoenergetice este necesar ca particula proiectil să aibă o energie cinetică mai mare sau cel puţin egală cu o anumită valoare numită energie de prag. Cînd energia cinetică a particulei proiectil are valoarea de prag particulele rezultate din reacţie vor avea energia cinetică zero în SCM, adică energia lor cinetică va fi egală cu energia cinetică a SCM faţă de SL legat de obicei de ţinta în repaus. Pentru a afla expresia energiei de prag se utilizează invarianta cuadrivectorului energie-impuls pentru cele două sisteme de referinţă :

$$(\Sigma E_i)^2 - (\Sigma \vec{p}_i c)^2 = \text{constant}$$

unde ΣE_i reprezintă energia totală a tuturor particulelor participante la reacţie, $\Sigma \vec{p}_i$ = impulsul total al particulelor.

Scriind invariantul relativist sub forma

$$(E_a + m_A c^2)^2 - p_a^2 c^2 = (m_b c^2 + m_B c^2)^2$$

(înainte de ciocnire) (după ciocnire)

SL SCM

şi punînd $E_a = m_a c^2 + E_{prag}$ şi $E_a^2 - p_a^2 c^2 = m_a^2 c^4$, rezultă

$$m_A^2 c^4 + m_a^2 c^4 + 2 m_a c^2 m_A c^2 + 2 m_A E_{prag} = (m_b c^2 + m_B c^2)^2$$

de unde

$$E_{prag} = \frac{(m_b c^2 + m_B c^2)^2 - (m_A c^2 + m_a c^2)^2}{2 m_A c^2}$$

sau

$$E_{prag} = (-Q) \frac{m_a + m_A + m_b + m_B}{2 m_A} = (-Q) \frac{\sum m_i + \sum m_f}{2 m_A}$$

Adunînd şi scăzînd m_i, rezultă

$$E_{prag} = (-Q) \frac{2(m_a + m_A) - Q/c^2}{2 m_A}$$

Dar $(Q/c^2) \ll m_a + m_A$, deci se poate aproxima

$$E_{prag} = (-Q) \frac{m_a + m_A}{m_A}$$

~~VII.01.~~ Să se găsească energia de prag (în SL) a reacţiei $^{23}Na\ (p,n)\ ^{23}Mg$

ştiind că limita superioară a spectrului pozitronic emis de ^{23}Mg este $E_{max} = 3,0$ MeV.

Rezolvarea : $^{23}_{11}Na + p \longrightarrow n + {}^{23}_{12}Mg^{*}$

$\hookrightarrow {}^{23}_{11}Na + \beta^+ + \nu$

Energia de prag a reacţiei este

$$E_{prag} = (-Q) \frac{m_p + m_{Na}}{m_{Na}}$$

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Considerînd energia de excitare a $^{23}_{Mg}{}^{m}$ egală cu limita maximă a spectrului beta, E_{β}, energia de reacţie se scrie :

$$Q = (m_p - m_n)\,c^2 - E_{\beta} = -0{,}7828 - 3 = -3{,}7828 \text{ MeV}$$

Astfel energia de prag a reacţiei va fi :

$$E_{prag} = 3{,}7828\,\frac{24}{23} = 3{,}95 \text{ MeV}.$$

VIII.22. Energia de prag a reacţiei

$$^{4}_{He} + ^{16}_{0} \longrightarrow ^{19}_{Ne} + n$$

este $E_{prag} = 15{,}2$ MeV. a) Să se calculeze energia de reacţie Q şi masa izotopului ^{19}Ne. (Masa atomică a izotopului ^{16}O este $m_o = 15{,}994915$ u). b) Să se determine energia în SCM a neutronilor emişi atunci cînd energia particulelor alfa incidente este $E_1 = 20$ MeV în SL.

Rezolvare a) Utilizînd expresia energiei de prag în funcţie de energia de reacţie :

$$E_{prag} = (-Q)\,\frac{m_{He} + m_o}{m_o} = (-Q)\left(\frac{m_{He}}{m_o} + 1\right)$$

se obţine energia de reacţie

$$Q = -\frac{4}{5}\,E_{prag} = -12{,}16 \text{ MeV}$$

Dar

$$-Q = \left[(m_{Ne} + m_n) - (m_{He} + m_o)\right]c^2$$

de unde

$$m_{Ne} = \frac{-Q}{c^2} + m_{He} + m_o - m_n = 19{,}0019 \text{ u}$$

În continuare vom nota cu v vitezele în SL cu u în SCM iar cu prim mărimile de după ciocnire.

b) $E_n^{SCM} = \frac{1}{2}\,m_n\,u_n^2$

Exprimînd energia de reacţie ca diferenţa energiilor cinetice în SCM :

$$Q = \left(\frac{1}{2} m_n u_n'^2 + \frac{1}{2} m_{He} u_{He}'^2\right) - \left(\frac{1}{2} m_\alpha u_\alpha^2 + \frac{1}{2} m_o u_o^2\right)$$

şi cunoscînd că înainte de ciocnire

$$u_\alpha = \frac{m_o}{m_\alpha + m_o} v_\alpha \quad ; \quad u_o = \frac{m_\alpha}{m_\alpha + m_o} v_\alpha$$

iar după ciocnire

$$m_n u_n' = m_{He} u_{He}' \longrightarrow u_{He}' = \frac{m_n}{m_{He}} u_n'$$

expresia energiei de reacţie devine :

$$Q = E_n'^{SCM}\left(1 + \frac{m_n}{m_{He}}\right) - E'^{SL} \frac{m_o}{m_\alpha + m_o}$$

$$E_{pr}'^{SCM} = \frac{Q + E_{He}^{SL} \; m_o/(m_{He} + m_o)}{1 + m_n/m_{He}} = 3,65 \text{ MeV}.$$

61

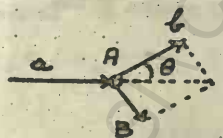
VII.23. Reacţia $^{7}_{3}Li(p,n)^{7}_{4}Be$ are $Q = -1,645$ MeV.

a) Care este energia de prag a reacţiei ?

b) Care este energia neutronilor la prag ?

c) Să se reprezinte grafic energia neutronilor în funcţie de energia protonilor pentru $\theta = 0^o, 60^o, 120^o, 180^o$.

Indicaţii: a) $E_{prag} = (-Q) \dfrac{\sum m_i + \sum m_f}{2 m_A}$



$$E_{prag} = (-Q) \frac{m_{Li} + m_p + m_{Be} + m_n}{2 m_{Li}}$$

b) Energia neutronilor la prag se obţine din expresia energiei de reacţie punînd energia particulei proiectil (proton) egală cu energia de prag

$$\sqrt{E_n} = \frac{2\sqrt{E_p\, m_p\, m_n}\cos\Theta / M_{Be} \pm \sqrt{4\, E_p m_p\, m_n \cos^2\Theta / M_{Be}^2 + 4(1 + m_n/M_{Be})\left[Q + E_p(1 - m_p/M_{Be}\right]}}{2(1 + m_n/M_{Be})}$$

cu $E_p = E_{prag}$.

c) Se calculează E_p pentru valorile date ale lui Θ şi se reprezintă grafic valorile lui E_p în funcţie de valorile lui Θ.

WR. 24. Pe baza modelului nucleului intermediar (nucleu compus) pentru reacţiile nucleare la energii mici, să se calculeze : a) energia cinetică a nucleului intermediar ; b) energia de excitare a nucleului intermediar.

Rezolvare a) Modelul nucleului intermediar presupune realizarea reacţiei nucleare în două etape independente :

$$a + A \longrightarrow C \longrightarrow B + b$$

unde C este nucleul intermediar. Presupunînd nucleul ţintă A în repaus, conservarea impulsului şi a energiei pentru prima etapă a reacţiei se scrie :

$$\vec{p}_a = \vec{p}_c \qquad (1)$$

$$(M_A + m_a)c^2 + E_a = M_c^{*} c^2 + E_c \qquad (2)$$

Prin M_c^{*} am notat masa nucleului intermediar în stare excitată.

Dar

$$E_c = \frac{p_c^2}{2M_c^{*}} = \frac{p_a^2}{2M_c^{*}} = \frac{m_a}{M_c^{*}} \cdot \frac{p_a^2}{2m_a} = \frac{m_a}{M_c^{*}} E_a$$

Raportul maselor m_a/M_C^* poate fi aproximat prin $m_a/(m_a + M_A)$ şi pînă la urmă prin raportul numerelor de masă corespunzătoare Astfel

$$E_c = \frac{m_a}{m_a + M_A} E_a \qquad (3)$$

b) Energia de excitare a nucleului intermediar se poate calcula ca diferenţa dintre energia proprie a nucleului intermediar în starea excitată şi în starea fundamentală :

$$E = M_C^* c^2 - M_C c^2 \qquad (4)$$

Din (2) corelat cu (3) rezultă :

$$M_C^* c^2 = (M_A + m_a) c^2 + E_a\left(1 - \frac{m_a}{M_A + m_a}\right)$$

Astfel

$$E = (M_A + m_a - M_C) c^2 + E_a M_A/(M_A + m_a) \qquad (5)$$

Se observă că :

1. Energia de excitare este diferită de zero chiar dacă $E_a = 0$.

2. $(M_A + m_a - M_C) c^2$ reprezintă energia de legătură a particulei proiectil în nucleul intermediar : E_a^{leg} (c).

3. Din energia cinetică E_a a particulei proiectil cea mai mare parte, $E_a M_A/(M_A + m_a)$ este preluată de nucleul intermediar sub formă de energie de excitare şi numai o parte mică $E_a m_a/(m_a + M_A)$ sub formă de energie cinetică.

~~Ex.IV.25.~~ Care este nucleul compus în reacţia $^{63}_{29}Cu\ (p,n)\ ^{63}_{30}Zn$? Să se calculeze energia de excitare a nucleului compus dacă energia protonilor incidenţi este 20 MeV (în SL).

Rezolvare : $p + {}^{63}_{29}Cu \longrightarrow {}^{64}_{30}Zn \longrightarrow {}^{63}_{30}Zn + n$

$$\Delta E = (m_H + m_{Cu} - m_{Zn(64)})\, c^2 + E_p\, m_{Cu}/(m_{Cu} + m_p)$$

$$\Delta E = (m_p + m_{Cu(63)} - m_{Zn(64)})\, c^2 + E_p \cdot 63/64$$

$$E = 27{,}395 \text{ MeV}.$$

~~VII.26.~~ Să se calculeze energia de excitare a nucleului compus format prin captarea particulelor alfa cu energia de 8 MeV de către ^{27}Al.

Indicaţii : $^{4}_{2}He + ^{27}_{13}Al \longrightarrow ^{31}_{15}P$

Energia de excitare a nucleului intermediar se poate calcula (vezi problema 7.24) cu ajutorul relaţiei :

$$\Delta E = (m_{Al} \quad m_{He} - m_p)\, c^2 + E_\alpha\, m_{AL} / (m_{Al} + m_{He})$$

m_p = masa nucleului compus, E_α = energia cinetică a particulei alfa.

Introducînd valorile corespunzătoare ale maselor, luate din tabele, se găseşte valoarea energiei de excitare a nucleului intermediar, ^{31}P, format în reacţia dată.

~~VII.27.~~ a) Să se găsească nucleul compus şi nucleul rezidual în fiecare din următoarele reacţii :

1) $^{26}Mg(p,n)$? 2.) $^{23}Na(\ ,n)$?

3) $^{13}C\ (^{14}N,n)$? 4.) $^{7}Li(^{20}Ne,n)$?

b) Să se calculeze energia de excitare a nucleului compus în fiecare caz ?

Rezolvare : a) Pe baza legilor de conservare a sarcinii electrice şi a sarcinii barionice se găsesc nucleele compuse şi nucleele reziduale după cum sînt indicate în reacţiile scrise amănunţit punînd în evidenţă cele două etape ale reacţiei: formarea nucleului compus şi dezintegrarea acestuia.

POLITEHNICA UNIVERSITY LIBRARY

$$^{26}_{12}Mg + ^{1}_{1}p \longrightarrow ^{27}_{13}Al^{*} \longrightarrow n + ^{26}_{13}Al$$

$$^{23}_{11}Na + ^{4}_{2}He \longrightarrow ^{27}_{13}Al^{*} \longrightarrow n + ^{26}_{13}Al$$

$$^{13}_{6}C + ^{14}_{7}N \longrightarrow ^{27}_{13}Al^{*} \longrightarrow n + ^{26}_{13}Al$$

$$^{7}_{3}Li + ^{20}_{10}Ne \longrightarrow ^{27}_{13}Al^{*} \longrightarrow n + ^{26}_{13}Al$$

b) Energia de excitare a nucleului intermediar, compus, este

$$\Delta E = (M_A + m_a - M_c)\, c^2 + E_a\, M_A / (M_A + m_a)$$

unde M_A - este masa nucleului ţintă, m_a - este masa particulei proiectil, M_c - este masa nucleului compus, iar E_a - este energia cinetică a particulei proiectil. Pentru reacţiile date se obţine :

1) ΔE = 14,85 MeV ; 2) ΔE = 30,54 MeV ; 3) ΔE = 63,63 MeV ; 4) ΔE = 56,11 MeV.

VII.28. O ţintă de $^{14}_{7}N$ este bombardată cu protoni avînd energia 7,56 MeV. Cu un analizor magnetic sînt înregistraţi protonii rezultaţi în urma ciocnirii care se mişcă perpendicular pe direcţia fasciculului incident. Se determină impulsul din curbura traiectoriei într-un cîmp magnetic transversal şi se exprimă prin proudusul Br. Experimental s-au obţinut grupuri de protoni a căror impulsuri corespund la? Br = 0,245 ; 0,203; 0,194 T.m. Să se arate că aceste grupuri de protoni rezultate în urma împrăştierii neelastice corespund formării nucleului rezidual $^{14}_{7}N^{*}$ avînd energiile de excitare de 3,95, 4,91 respectiv 5,10 MeV. Care ar fi energiile şi impulsurile protonilor împrăştiaţi elastic în aceleaşi condiţii experimentale ?

BCU/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Rezolvare : $ {}_1^1p + {}_7^{14}N \longrightarrow {}_1^1p + {}_7^{14}N^x $

Fiind o împrăştiere neelastică în care se schimbă numai starea nucleului ţintă energia de excitate a nucleului rezidual este $\Delta E = - Q$. Pentru o împrăştiere cu un unghi $\theta = 90^0$, $\cos \theta = 0$, rezultă

$$-\Delta E = E_p'(1 + \frac{m_p}{m_N}) - E_p(1 - \frac{m_p}{m_N})$$

E_p' fiind energia cinetică a protonilor după împrăştiere iar E_p energia cinetică a protonilor incidenţi. Conform datelor problemei, energia şi impulsul protonilor împrăştiaţi la 90^0 este măsurată cu un analizor magnetic în care traiectoriile protonilor sînt curbate de forţa Lorentz (centripetă)

$$e \, v \, B = \frac{m v^2}{r}$$

Astfel

$$p = m v = e \, Br \quad \text{şi} \quad v = \frac{e}{m} Br.$$

Pentru particule cunoscute ($\frac{e}{m}$ dat) se etalonează aparatul în funcţie de Br. Impulsul primului grup de protoni este :

$$p_1 = m v_1 = 1{,}6.10^{-19} C \; . \; 0{,}245 \; T.m =$$

$$= 0{,}392. \; 10^{-19} \; kg.m/s$$

iar energia cinetică

$$E_{p_1}' = \frac{p_1^2}{2 m} = \frac{e^2}{2m}(Br)_1^2 \; J = \frac{e}{2m} (Br)_1^2 \; eV = 2{,}87 \; MeV$$

Introducînd această valoare în expresia energiei de excitare se obţine :

$$E^x = 3{,}95 \; MeV$$

In mod asemănător se fac verificările pentru celelalte grupuri de protoni.

Dacă protonii ar fi împrăştiaţi elastic, $Q = 0$, rezultă pentru energia cinetică a protonilor împrăştiaţi :

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$$E_p' = E_p \frac{m_N - m_p}{m_N + m_p} = 7,56 \frac{13}{15} = 6,55 \text{ MeV}$$

respectiv

$$p' = \sqrt{2 m E_p'} = 5,784 \text{ kg. m s}^{-1}$$

iar produsul Br corespunzător

$$Br = \frac{p}{e} = 0,362 \text{ T.m} = 362 \text{ KGs. cm.}$$

VII.29. Să se evalueze secţiunile eficace maxime ale reacţiilor (n,n) şi (n,γ) pe ^{59}Co care are spinul stării fundamentale $J_o = 7/2$, pentru rezonanţa corespunzătoare unei energii a neutronului $E_o = 123$ eV. ştiind că $\Gamma_n = 16\Gamma_\gamma$ şi că starea excitată intermediară are spinul $J_1 = 4$. Să se compare rezultatul cu secţiunea eficace geometrică.

Rezolvare : Secţiunile eficace ale acestor reacţii se calculează cu ajutorul formulei Breit-Wigner. Astfel pentru reacţia (n,n) secţiunea eficace este

$$\sigma_{(n,n)} = g \pi \lambda^2 \frac{\Gamma_n^2}{(E - E_o)^2 + (\Gamma/2)^2} \qquad (1)$$

unde Γ_n este semilărgimea parţială a nivelului corespunzător dezintegrării nucleului compus cu emisia unui neutron, Γ este semilărgimea totală corespunzătoare tuturor canalelor de dezintegrare, $\Gamma = \Gamma_n + \Gamma_\gamma$, E_o este energia cinetică a particulei proiectil la care are loc rezonanţa, E este energia cinetică a particulei proiectil, λ este $\lambda = \hbar/p = \hbar / \sqrt{2 m E}$, m- fiind masa particulei proiectil, g - este factorul statistic :

$g = \frac{2 j_c + 1}{(2 j_A + 1)(2 S_a + 1)}$, cu j_c- spinul nucleului intermediar, j_A- spinul nucleului ţintă, S_a- spinul particulei proiectil.

Pentru reacţia (n,γ) secţiunea eficace este :

$$\sigma_{(n,\gamma)} = g\pi\lambda\!\!\!^{-2} \frac{\Gamma_n \Gamma_\gamma}{(E - E_0)^2 + (\Gamma/2)^2} \qquad (2)$$

Γ_γ - fiind semilărgimea nivelului nucleului intermediar corespunzătoare dezintegrării gamă.

Conform datelor problemei $j_c = 4$; $j_A = 7/2$; $S_a = 1/2$;

$g = \frac{9}{16}$; $\lambda\!\!\!^{-2} = \hbar^2/2\,m\,E = 2{,}0744 \cdot 10^{-23}/E(eV)\ m^2$;

$\Gamma = \Gamma_n + \frac{1}{16}\Gamma_n = \Gamma_n \frac{17}{16}$. Fiind vorba de maximul secţiunii eficace, deci secţiunea eficace pentru energia de rezonanţă rezultă $E = E_0 = 123$ eV. Introducînd aceste valori în (1) se obţine :

$$\sigma_{n,n} = 10559\ b\ ; \quad \sigma_{n,\gamma} = 0{,}660\ b$$

Secţiunea eficace geometrică este

$$\sigma_g = \pi R^2 = \pi r_0^2 A^2/3 = 0{,}933\ barn$$

unde R este raza nucleului ţintă ($r_0 = 1{,}4 \cdot 10^{-15}$ m, A = 59).

VII. 30. Reacţia de captură radiativă $^{135}Xe(n,\gamma)^{136}Xe$ prezintă o rezonanţă pronunţată la o energie $E_0 = 0{,}084$ eV. Semilărgimile parţiale sînt : $\Gamma_\gamma = 0{,}0907$ eV, $\Gamma_n = 0{,}0257$ eV. a) Care este mărimea secţiunii eficace de captură $\sigma_{n,\gamma}$ la rezonanţă ? b) Cît de mare este secţiunea eficace totală σ_{tot} la această energie ? c) Utilizînd valoarea medie pentru factorul statistic, $g = \frac{1}{2}$, să se compare rezultatul de la punctul (b) cu valoarea experimentală $\sigma_{exp} = 3{,}5 \cdot 10^6$b. ($^{135}Xe$ are spinul stării fundamentale $J = \frac{3}{2}$; iar spinul stării intermediare $^{136}Xe^{x}$ nu este cunoscut).

Rezolvare a) Secţiunea eficace a reacţiei esta dată de formula Breit-Wigner :

$$\sigma_{(n,\gamma)} = \frac{2j_c + 1}{(2j_A+1)(2S_a+1)} \pi\lambda\!\!\!^{-2} \frac{\Gamma_n \Gamma_\gamma}{\Gamma^2/4}$$

Necunoscîndu-se spinul nucleului intermediar factorul statistic se scrie astfel :

$$g = \frac{2(j_A \pm \frac{1}{2}) + 1}{(2\,j_A + 1)(2.\frac{1}{2} + 1)} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{2\,j_A + 1}\right)$$

unde s-au luat în considerare amîndouă posibilităţile de cuplaj, paralel şi antiparalel, al spinului neutronului cu spinul nucleului ţintă. Astfel :

$$\sigma_{(n,\gamma)} = \frac{1}{2}\left(1 \pm \frac{1}{2\,j_A + 1}\right)\pi \frac{2{,}0744.\,10^{-23}}{E_0} \cdot \frac{4\,\Gamma_n \Gamma_\gamma}{\Gamma_n + \Gamma_\gamma}\,\ell$$

Introducînd datele din problemă se obţine :

$$\sigma_{n,\gamma} = \left(1 + \frac{1}{4}\right) . 2{,}667.\,10^6\ b\ .$$

b) Secţiunea eficace totală este :

$$\sigma_{tot} = \sigma_{(n,\gamma)} + \sigma_{(n,n)} \quad \text{cu} \quad \sigma_{n,n} = g\pi\lambda^2 \frac{4\Gamma_n^2}{\Gamma_n + \Gamma_\gamma}\,\ell$$

$$= \left(1 \pm \frac{1}{4}\right) . 7{,}557\ .10^5\ b\ ;\quad \sigma_{tot} = \left(1 \pm \frac{1}{4}\right) . 3{,}42.10^6\ b.$$

c) $\sigma_{tot} = 0{,}978\ \sigma_{exp}$.

VII.31. Să se calculeze secţiunile eficace ale reacţiei (n,γ) pe ^{109}Ag pentru energiile neutronilor incidenţi de 0,1 eV, 0,15 eV, şi 0,2 eV ştiind că o rezonanţă a acestei reacţii are loc pentru o energie a neutronilor de 5,12 eV şi se caracterizează prin $\Gamma_n = 1{,}34.10^{-2}$ eV şi $\Gamma_\gamma = 0{,}135$ eV. Spinul nucleului ţintă ^{109}Ag este $\frac{1}{2}$ iar al nucleului intermediar 6.

Rezolvare : Reacţia dată corespunde capturii radiative a neutronilor iar secţiunea eficace este dată de formula Breit-Wigner :

$$\sigma_{n,\gamma} = \frac{2\,j_c + 1}{(2\,j_A+1)(a\,S_n+1)}\,\pi\,\frac{\lambda^2}{2\,m_n\,E}\cdot\frac{\Gamma_n\,\Gamma_\gamma}{(E-E_o)^2+\frac{1}{4}(\Gamma_n+\Gamma_\gamma)^2}$$

$$\sigma_{n,\gamma} = 6{,}5\,\pi\,\frac{2{,}0744.10^{-23}}{E(eV)}\cdot\frac{1{,}34.10^{-2}.0{,}136}{(E-5{,}12)^2+\frac{1}{4}.\,5{,}58.10^{-3}}$$

Introducînd cele trei valori ale lui E se obţine :

$\sigma_{n,\gamma}(0{,}1\ eV) = 3061{,}1$ b; $\sigma_{n,\gamma}(0{,}15\ eV) = 2081{,}9$ b ;

$\sigma_{n,\gamma}(0{,}2\ eV) = 1593{,}4$ b.

49 VII.32. Să se calculeze secţiunea eficace de rezonanţă pentru procesele (n,n) şi (n,γ) pe ^{55}Mn (în starea fundamentală $j = \frac{5}{2}$) la energia de rezonanţă $E_o = 280$ eV, presupunînd că $\Gamma_n = 100\,\Gamma_\gamma$.

Rezolvare

$$\sigma^{rez}_{n,n} = \frac{1}{2}\left(1 \pm \frac{1}{2\,j_A+1}\right)\pi\,\frac{\lambda^2}{2\,m_n\,E_o}\cdot\frac{\Gamma_n^2}{(\Gamma_n+\Gamma_\gamma)^2/4}$$

$$\sigma^{rez}_{n,n} = \left(1 \pm \frac{1}{6}\right).\ 4640\ b.$$

$$\sigma^{rez}_{n,\gamma} = \frac{1}{2}\left(1 \pm \frac{1}{2\,j_A+1}\right)\pi\,\frac{\lambda^2}{2\,m_n\,E_o}\cdot\frac{\Gamma_n\,\Gamma_\gamma}{(\Gamma_n+\Gamma_\gamma)^2/4}$$

$$\sigma^{rez}_{n,\gamma} = \left(1 \pm \frac{1}{6}\right)\ 46{,}4\ b.$$

VII.33. Secţiunea eficace totală a reacţiei $^{23}Na(d,p)^{24}Na$ pentru energia de 7 MeV a deuteronilor are valoarea $\sigma = 0{,}44.10^{-24}cm^2$. Ce fracţiune din numărul de deuteroni ce lovesc ţinta de ^{23}Na avînd grosimea de 0,1 mg/cm^2 vor

interacţiona producînd ^{24}Na ?

Rezolvare $\quad -\frac{dN}{N} = \sigma\, n\, d$

unde σ este secţiunea eficace a reacţiei, n este concentraţia nucleelor din ţintă, d este grosimea ţintei. Semnul minus indică scăderea numărului particulelor incidente datorită interacţiunii.

$$n\, d \longrightarrow \frac{\text{nuclee}}{m^3} \cdot m = \text{nuclee}/m^2$$

Avînd masa superficială a ţintei :

$$\text{masa superficială} = \frac{\text{masa}}{m^2},$$

numărul de nuclee pe unitatea de suprafaţă a ţintei va fi :

$$n_s = n\, d = \frac{\text{masa superficială}}{\text{masa } {}^{23}Na}$$

Astfel fracţiunea din fasciculul de deuteroni incidenţi care suferă interacţiunea dată în sursă va fi

$$-\frac{dN}{N} = \sigma\, \frac{\text{masa superficială}}{\text{masa } {}^{23}Na}$$

$$-\frac{dN}{N} = 0{,}44.10^{-28}\ m^2 \cdot \frac{1\ kg/m^3}{22{,}9898 \times 1{,}66.10^{-27}} = 0{,}001$$

$$-\frac{dN}{N} = 1\ ‰$$

VII.34. Un contor avînd suprafaţa de $10^{-5}\ m^2$, situat la distanţa de 1 m de o ţintă din $^{63}_{29}Cu$ cu masa superficială de $10^{-2}\ kg/m^2$, bombardată cu un fascicul de protoni de 10^{-8} amperi şi energia de 17 MeV, detectează pe minut 240 protoni împrăştiaţi elastic, în direcţia ce face un unghi de 30^0 cu fasciculul incident. Să se determine valoarea secţiunii eficace diferenţiale.

BUCUREŞTI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Rezolvare : Viteza de numărare a detectorului este

$$R = \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot d\Omega \cdot n \cdot N \text{ (particule/s)}$$

n- fiind numărul de nuclee existente pe unitatea de suprafaţă a ţintei, N- este numărul de protoni incidenţi pe ţintă în unitatea de timp, $d\Omega$ - este unghiul solid sub care se vede detectorul din sursă.

Conform datelor problemei :

$$n = 9{,}56 \cdot 10^{22} \frac{\text{nuclee}}{m^2} \; ; \quad N = 6{,}2 \cdot 10^{10} \text{ protoni/s};$$

$$d\Omega = 10^{-5} \text{ sr.}$$

Astfel

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{R}{d\Omega \cdot n \cdot N} = \frac{240}{10^{-5} \cdot 9{,}56 \cdot 10^{22} \cdot 6{,}2 \cdot 10^{10}} = 4{,}05 \cdot 10^{27} m^2/\text{sr}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = 0{,}4 \text{ barn/sr.}$$

VII.35. O ţintă din $^{54}_{26}Fe$ este bombardată cu protoni avînd energia de 60 MeV. Secţiunea eficace diferenţială de împrăştiere neelastică cu un unghi de 40^0 pentru grupul de protoni împrăştiaţi avînd energia cea mai mare este $d\sigma/d\Omega = 1{,}3 \cdot 10^{-3}$ barn/sr. Aceşti protoni lasă nucleul rezidual $^{54}_{26}Fe$ în prima stare excitată avînd energia de excitare de 1,42 MeV. Să se calculeze cîţi protoni pe secundă va înregistra un detector avînd suprafaţa de 10^{-5} m^2 utilizat entru înregistrarea protonilor împrăştiaţi neelastic pe o f ţă din $^{54}_{28}Pe$ avînd masa unităţii de suprafaţă de 10^{-1} kg/m^2 care este bombardată cu un fascicul de protoni de 10^{-7} amperi iar distanţa ţintă detector este de 10^{-1} m.

Rezolvare

Numărul de evenimente detectate într-o secundă este $dN = NP$, unde N - este numărul de protoni incidenţi care lovesc ţinta în fiecare secundă :

$$N = \frac{I}{q} = \frac{10^{-7}\ A(Coulombi/s)}{1,6.10^{-19}\ Coulombi/proton} = 6,2.10^{11}\ protoni/s$$

iar P este probabilitatea ca protonul să interacţioneze cu nucleele ţintei iar în urma interacţiunii să ajungă în detector:

$$P = \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot d\Omega \cdot n$$

cu n -numărul de nuclee pe unitatea de suprafaţă a sursei

$$n = \frac{10^{-1}\ kg/m^2}{54 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}\ kg/nucleu} = 1,1 \cdot 10^{24}\ nuclee/m^2$$

iar $d\Omega$ este unghiul solid sub care este văzută suprafaţa detectorului din sursă

$$d\Omega = \frac{S}{r^2} = \frac{10^{-5} m^2}{(10^{-1} m)^2} = 10^{-3}\ sr.$$

Astfel :

$$dN = \frac{I}{q} \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot d\Omega \cdot n = (6,2.10^{11})(1,3.10^{-3}.10^{-28})(10^{-3})(1,1.10^{24})$$

$$dN = 87\ evenimente/s.$$

VII.36. Să se calculeze energiile superficiale şi energiile coulombiene ale următoarelor nuclee

$$^{234}U\ ,\quad ^{236}U\ ,\quad ^{240}U$$

Se pot obţine din aceste valori indicaţii asupra faptului dacă un nucleu va fisiona mai uşor decît altul ?

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Rezolvare

Conform formulei semiempirice a lui Weizsäcker energia totală de legătură a nucleului este :

$$E_{leg} = a_1 A - a_2 A^{2/3} - a_3 \frac{z^2}{A^{1/3}} - a_4 \frac{(A/2 - z)^2}{A} + \delta A^{-3/4}$$

unde termenul al doilea reprezintă energia superficială

$$E_S = a_2 A^{2/3} \quad \text{cu} \quad a_2 = 17 \text{ MeV}$$

iar al treilea energia coulombiană

$$E_c = a_3 \frac{z^2}{A^{1/3}} \quad \text{cu} \quad a_3 = 0,69 \text{ MeV}$$

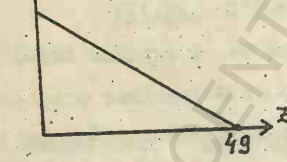
Astfel pentru :

1) ^{234}U : $E_S = 17 \times (234)^{2/3} = 645,54$ MeV

$E_c = 0,69(92)^2/(234)^{1/3} = 947,73$ MeV

La fel se procedează pentru celelalte nuclee.

Înălţimea barierei de fisiune scade liniar cu creşterea parametrului de fisiune z^2/A conform figurii alăturate. In acelaş timp raportul dintre energia sureficială şi energia coulombiană $\frac{2E_s}{E_c} = 2\frac{a_2}{a_3}\frac{1}{z^2/A}$ scade cu parametrul de fisiune. Ca urmare cu cît acest raport va fi mai mic cu atît bariera de fisiune va fi mai mică şi ca urmare nucleul va fisiona mai uşor.



VII.37. Raportul maselor a două fragmente obţinute prin fisiunea ^{235}U este 1,5. Să se calculeze raportul vitezelor lor.

Rezolvare : ^{235}U fisionează cu neutroni termici prin urmare nucleul intermediar poate fi considerat în repaus.

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Conservarea impulsului în procesul de fisiune se scrie :

$$0 = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$$

$\vec{p}_1$ şi $\vec{p}_2$ fiind impulsurile corespunzătoare celor două fragmente. Deci putem scrie :

$$m_1 v_1 = m_2 v_2 \; ; \; \frac{m_1}{m_2} = \frac{v_2}{v_1} = 1,5 \; ; \; \frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{1,5} = 0,667.$$

VII.38. Un gram de ^{235}U este fisionat complet cu neutroni termici. Cît ^{139}La (un produs final stabil al lanţului de fisiune) se va produce ?

Indicaţii : Dacă fiecărui proces de fisiune îi corespunde un nucleu de ^{139}La, calculînd cîte nuclee de ^{235}U sînt conţinute într-un gram se obţine numărul de nuclee de ^{139}La care apare. Înmulţind acest număr cu masa izotopului se obţine cantitatea de ^{139}La.

VII.39. Secţiunea eficace de fisiune a uraniului natural cu neutroni termici (compoziţia izotopică : 0,72% ^{235}U, 99,27 % ^{238}U, 0,01 % alţi izotopi) este $\sigma_f = 4,22$ b. Să se calculeze secţiunea eficace de fisiune a ^{235}U pentru neutroni termici, avînd în vedere faptul că ^{238}U nu fisionează cu neutroni termici. Să se calculeze numărul de fisiuni ce se produc pe secundă într-o ţintă de uraniu natural cu grosimea $d = 0,01$ cm cînd este iradiată cu un flux de neutroni termici $\phi = 10^{10}$ neutroni $cm^{-2} \cdot s^{-1}$. (Densitatea uraniului este $\rho = 18,68$ g cm^{-3}).

Rezolvare

Dacă materialul fisionabil ar fi constituit numai din ^{235}U secţiunea eficace ar fi mai mare în proporţie :

$$\sigma_f(^{235}U) = \sigma_f(U \text{ natural}) \cdot \frac{100}{0,72}$$

$$\sigma_f(^{235}U) = 4{,}22 \text{ b} \times \frac{100}{0{,}72} = 586 \text{ b}.$$

Numărul de interacţiuni pe unitatea de suprafaţă, în unitatea de timp, care au loc într-un strat de grosime d este dat de relaţia :

$$N = \Phi \sigma n d$$

unde Φ este fluxul particulelor incidente, n este concentraţia nucleelor ţintă, σ este secţiunea eficace a interacţiunii de tipul dat. In problema de faţă $n = \rho/M_U$, M este masa uraniului iar $\sigma = \sigma_f$ pentru uraniu natural. Astfel :

$$N = \Phi \sigma_f \frac{\rho}{M_U} d = 2 \cdot 10^7 \text{ interacţiuni/m}^2 \cdot \text{s}$$

VII. 40. Să se calculeze energia de legătură a unui neutron termic ce s-ar adăuga următoarelor nuclee :

^{227}Th, ^{233}U, ^{235}U, ^{236}U, ^{236}Np, ^{239}Pu, ^{242}Pu, ^{240}Cm

Care din aceste nuclee va fisiona mai uşor cu neutroni termici?

Indicaţii : Energia de legătură a neutronului în nucleul care se formează se calculează ca :

$$E_n^{leg} = (M_A + m_n) c^2 - M_C c^2 = (M_A + m_n - M_C) c^2$$

$$^{227}Th + n \longrightarrow {}^{228}Th$$

$$E_n^{leg}(^{228}Th) = \left[M(^{227}Th) + m_n - M(^{228}Th)\right] c^2.$$

In mod semănător se calculează şi în celelalte cazuri. Probabilitatea de fisiune va fi cu atît mai mare cu cît energia de legătură a neutronului termic captat în nucleul rezultat va fi mai mare. Aceasta datorită faptului că energia de excitare a nucleului format este suma dintre energia de legătură a neutronului şi o fracţiune din energia lui cinetică. In cazul neutronilor

termici energia cinetică poate fi neglijată.

VII.41. a) Presupunînd înălţimea barierei de fisiune a ^{238}U cu neutroni, $V - E = 1,4$ MeV (V fiind adîncimea gropii de potenţial iar E energia neutronului), iar lărgimea $\Delta r = 10$ F, să se calculeze transparenţa barierei în ipoteza că nucleul se desface în două fragmente aproximativ egale.

b) Să se arate că transparenţa barierei devine mai mare cînd nucleul se desface în două fragmente de mase neegale, presupunînd că $V-E$ şi Δr sînt constante.

Rezolvare

Transparenţa barierei de potenţial pentru fisiunea spontană este dată de o formulă analoagă celei obţinute pentru transparenţa la dezintegrarea alfa :

$$\mathcal{T} = \exp\left[-\frac{2}{\hbar}\sqrt{2\,M\,E_f}\,\Delta r\right]$$

unde E_f este înălţimea barierei de fisiune

Δr este lărgimea barierei de potenţial, practic egală cu raza fragmentelor

M este masa redusă a fragmentelor

$$M = \frac{m_1\,m_2}{m_1 + m_2}$$

a) Pentru desfacerea în două fragmente cu masă egală $m_1 \simeq m_2 \simeq \frac{m}{2}$, m = masa uraniului, masa redusă este

$$M = \frac{m}{4} = 0,25\,m$$

iar transparenţa

$$\mathcal{T} = \exp\left[-\frac{2}{\hbar}\sqrt{2\,\frac{m}{4}\,(V-E)}\,\Delta r\right]$$

b) Pentru desfacerea în două fragmente cu mase neegale, să zicem $m_1 = \frac{2}{5}\,m$, şi $m_2 = \frac{3}{5}\,m$, după cum se

observă maximele de distribuţie, masa redusă este

$$M = 0,24\ m$$

deci mai mică decît în cazul precedent şi în consecinţă transparenţa este mai mare.

Cu cît diferenţa dintre masele celor două fragmente este mai mare cu atît transparenţa barierei de fisiune este mai mare.

VII.42. Secţiunea eficace de fisiune a $_{92}^{235}U$ cu neutroni avînd energia de 1 MeV este de aproximativ 1 barn. Care este probabilitatea de a se produce o fisiune la trecerea unui astfel de neutron printr-un eşantion din $_{92}^{235}U$ avînd masa pe unitatea de suprafaţă de 10^{-1} kg/m^2 ?

Rezolvare

$$P = \sigma n$$

n = numărul de nuclee pe unitatea de suprafaţă a sursei

$$n = \frac{m/S}{M} = \frac{10^{-1}}{235 \times 1,66.10^{-27}} = 2,56.10^{23}\ \text{nuclee/m}^2$$

$$P = 1.\ 10^{-28} \times 2,56.10^{23} = 2,56\ .10^{-5}.$$

VII.43. Într-un reactor de cercetare s-a expus 0,1 g ruteniu natural, timp de 4 minute, la un fascicul de neutroni termici avînd un flux de 10^{13} neutroni/cm^2.s. Care este cantitatea totală de ^{105}Ru produs şi activitatea lui imediat după expunere dacă abundenţa izotopului ^{104}Ru în ruteniu este 18,6 % iar secţiunea lui eficace pentru neutroni termici este 0,7 barn ? Se neglijează dezintegrarea ^{105}Ru în timpul expunerii

$$^{104}Ru + {}_0^1n \longrightarrow {}^{105}Ru \xrightarrow[4,5h]{\beta^-} {}^{105}Rh \xrightarrow[30\ h]{\beta^-} {}^{105}Pd$$

Ce eroare, în procente, se face neglijînd dezintegrarea ^{105}Ru

în timpul iradierii?

Rezolvare

Numărul de nuclee ^{105}Ru formate după 4 minute de iradiere în condiţiile date este

$$N = \Phi . \sigma . n . \eta . t$$

unde Φ este fluxul de neutroni termici incidenţi, σ este secţiunea eficace de captură, n este numărul de nuclee de Ru existente în masa m = 0,1 g($n = m/M_{Ru}$), η - reprezintă procentajul de ^{104}Ru în Ru natural, iar t timpul de expunere. Activitatea preparatului va fi

$$\Lambda = \lambda N = \frac{\ln 2}{T} N$$

cu T- timpul de înjumătăţire a ^{105}Ru egal cu 4,5 x 3600 s. In timpul iradierii se dezintegrează

$$\Delta N = (N - N') = N - N e^{-\lambda t} = N(1 - e^{-\lambda t}) \text{ nuclee}$$

Neglijarea acestor dezintegrări a făcut ca rezultatul de mai sus să fie exprimat cu o eroare

$$\varepsilon = \frac{\Delta N}{N} \times 100 \%.$$

VII.44. Care ar trebui să fie rata de fisiune a ^{235}U pentru a produce o putere de 500 Mwatt ştiind că eficacitatea de conversie din căldură în electricitate este de numai 5 % ?

Indicaţii : $P = \eta E R$; $R = \frac{P}{\eta E}$

unde E este energia eliberată într-un singur proces de fisiune, η randamentul, P puterea iar R rata reacţiei de fisiune, adică numărul de procese de fisiune ce au loc în unitatea de timp.

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

VII.45. Într-un reactor nuclear de fisiune cu neutroni lenți intervalul mediu de timp dintre emisia unui neutron într-un proces de fisiune și captarea lui de un alt nucleu pentru a fisiona este de ordinul a 10^{-3} s. (Menționăm că cea mai mare parte din acest timp neutronul o pierde în moderator pentru termalizare). Să se calculeze care este numărul de neutroni liberi prezenți într-un reactor ce lucrează la o putere de 10^8 W.

Rezolvare

Într-un singur proces de fisiune se eliberează o energie $E_1 = 200$ MeV $= 200 \times 1{,}6 \cdot 10^{-13}$ J. Această energie corespunde absorbției unui singur neutron. Neutronul având un timp de viață de ordinul a 10^{-3} s, puterea corespunzătoare unui neutron din reactor va fi

$$P_1 \simeq \frac{E_1}{t} \simeq \frac{32 \cdot 10^{-11}\ J}{10^{-3}\ s} = 3{,}2 \cdot 10^{-8}\ \text{watt/neutron}$$

Dacă puterea totală a reactorului este $P = 10^8$ w rezultă că numărul de neutroni liberi este

$$N = \frac{P}{P_1} = \frac{10^8}{3{,}2 \cdot 10^{-8}} = 3 \cdot 10^{15}\ \text{neutroni.}$$

VII.46. Proiectați un reactor omogen care să lucreze cu uraniu îmbogățit sub forma unui compus solubil în apă și utilizînd apa drept moderator. Puterea maximă : 100 Kw. Determinați gradul de îmbogățire necesar, dimensiunile inimii, barele de control, protecția, etc.

BCU MASTER CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

VII.47. La combinarea unui atom de carbon cu doi atomi de oxigen se emite o energie de aproximativ 6 eV. Să se calculeze energia (în Joule) eliberată prin (a) arderea unui gram de carbon ;(b) prin fisiunea unui gram de ^{235}U ; (c)prin fuziunea unui gram de deuteriu ; (d) prin anihilarea unui gram de antimaterie cu un gram de materie.

Rezolvare

a) $E = N \cdot E_1$

N = numărul de atomi de carbon conţinuţi într-un gram, E_1 = energia eliberată la arderea unui singur atom de carbon

$$E = \frac{1}{12,01112 \times 1,66.10^{-24}} \times 6 \times 1,6.10^{-19} = \frac{9,6 .10^{-19}}{19,938.10^{-24}}$$

$$E = 4,8 \cdot 10^4 \text{ J}$$

b) Admiţînd că la fisiunea unui nucleu de ^{235}U se eliberează o energie E_1 = 200 MeV, la fisiunea unui gram de ^{235}U se va elibera energia

$$E = N. E_1 = \frac{1}{235x1,66.10^{-24}} x200x\ 1,66.10^{-13} = \frac{320.10^{-13}}{390,1.10^{-24}}$$

$$E = 8,2 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

c) La fuziunea unui gram de deuteriu se va elibera energia $E = \frac{N}{2} \cdot E_2$, E_2 - fiind energia ce se eliberează la fuziunea a doi atomi de deuteriu. Cum doi atomi de deuteriu pot fuziona în două moduri la fel de probabile

$$^2_1D + {}^2_1D \longrightarrow {}^3_1T + {}^1_1p + 4,02 \text{ MeV}$$

$$^2_1D + {}^2_1D \longrightarrow {}^3_2He + {}^1_0n + 3,25 \text{ MeV}$$

BCU Cluj / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Energia medie care se eliberează este 3,635 MeV.

$$E = \frac{1}{2}\,\frac{1}{2{,}0141\ x1{,}66.10^{-24}} \times 3{,}635.1{,}6.10^{-13} = \frac{5{,}816\ .10^{-13}}{6{,}6868.\ 10^{-24}}$$

$$\underline{E = 8{,}698\ .10^{10}\ J}$$

d) $E = 2\ m_0c^2 = 2 \times 10^{-3}.\ (3.10^8)^2 = 18\ .10^{13} = 1{,}8\ .10^{14}$ J.

$$\underline{E = 1{,}8\ .10^{14}\ J}$$

VII.48. Intr-o plasmă de deuteriu viteza medie a deuteronilor este v(m/s) iar secţiunea eficace de fuziune la această viteză este σ (m^2). Concentraţia deuteronilor este n (deuteroni/m^3). a) Să se arate că rata reacţiei de fuziune este $n^2\,\sigma\,v/2$ (reacţii /(m^3.s)). b) Să se calculeze densitatea de putere la o temperatură de 100 KeV unde secţiunea eficace de reacţie este $\sigma \approx 0{,}1$ barn. Energia medie eliberată într-o reacţie este 3,6 MeV.

Rezolvare

a) Se poate considera că reacţia de fuziune are loc între două categorii de nuclee : o categorie de concentraţie n_1 care se mişcă cu viteza v şi o categorie ce formează o reţea în repaus de concentraţie n_2. Dacă secţiunea eficace de interacţiune corespunzătoare vitezei v este σ atunci secţiunea eficace totală pentru toate nucleele în repaus dintr-un m^3 va fi $n_2\,\sigma$ nuclee /m. Aceasta este numărul de nuclee cu care va interacţiona fiecare nucleu din prima categorie cînd va străbate distanţa de 1 m. Rata reacţiei fuziune va fi

$$R_{12} = n_2\,\sigma\,.\,n_1\ v \text{ interacţiuni}/(m^2.\ s)$$

unde $n_1 v$ este distanţa totală străbătută într-o secundă de toate nucleele de prima categorie existente într-un m^3.

Dacă reacţia are loc între nuclee de aceeaşi categorie cum este dat în problemă atunci rata reacţiei se scrie :

$$R = \frac{n^2}{2} \sigma v \quad \text{interacţiuni} / (m^3 . s)$$

n este concentraţia nucleelor de deuteriu iar factorul 1/2 se introduce pentru a nu socoti de două ori fiecare interacţiune dintre nuclee identice.

b) Densitatea de putere, adică energia eliberată în fiecare secundă în fiecare m^3 de plasmă, se obţine înmulţind rata reacţiei cu energia eliberată în fiecare reacţie :

$$P = \frac{1}{2} n^2 \sigma v . E_1$$

Conform datelor problemei $E_1 = 3,6$ MeV $= 3,6.16.10^{-13}$ J , $\sigma = 0,1$ barn $= 0,1 .10^{-28}$ m^2, iar viteza medie corespunzătoare temperaturii de 100 KeV se obţine în cazul unei plasmei din relaţia :

$$\frac{1}{2} m v^2 = K T$$

Deci $v = \sqrt{2 kT / m}$ $\qquad v = 3,09 . 10^6$ m/s.

Astfel densitatea de putere corespunzătoare va fi :

$$P = 1,55 .10^{-23} n^2 . \text{watt} / m^3 .$$

VII.49. Să presupunem că ar exista o metodă de confinare magnetică care să permită menţinerea unui litru de plasmă de deuteriu ce conţine 10^{18} deuteroni şi 10^{18} electroni la o temperatură de 100 KeV. Să presupunem că plasma poate fi injectată în containerul magnetic de către acceleratori de deuteroni şi de electroni ce funcţionează la 100 KeV.

a) Care este energia totală de injecţie ?

b) Cît timp trebuie să "ardă" plasma pentru a elibera o energie egală cu cea de injecţie ?

c) Care este presiunea pe container ?

d) Care este valoarea minimă a inducţiei B necesară pentru confinarea plasmei ?

Rezolvare

a) Conform calculelor din problema precedentă densitatea de putere dintr-un reactor de fuziune unde plasma se află la temperatura de 100 KeV este

$$P = 1{,}55 \cdot 10^{-23}\ n^2 \text{ watt } /m^3$$

Energia totală de injecţie este

$$E = 2 \cdot 10^{18} \cdot 100 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-16} \text{ J.}$$

b) Timpul de funcţionare necesar pentru producerea unei energii care să fie egală cu energia injectată este

$$t = \frac{E}{P} = 2 \cdot 10^{-15} \text{ s.}$$

Trebuie să menţionăm însă că atît în această problemă cît şi în precedenta nu s-a luat în considerare pierderile de energie din plasmă printr-o serie de efecte printre care cel mai important îl joacă radiaţia de frînare.

c) Presiunea cinetică a plasmei date este

$$p = n_+ kT_+ + n_- kT_- = 2 n kT$$

unde n_+ şi T_+ sînt concentraţia şi temperatura deuteronilor, iar n_- şi T_- sînt concentraţia şi temperatura electronilor, cu $n_+ = n_- = n$ şi $T_+ = T_-$

$$p = 2 \times 10^{21} \times 1,6 \cdot 10^{-14} = 3,2 \cdot 10^7 \ N/m^2.$$

d) Cîmpul magnetic necesar confinării este dat de

$$p = \frac{B^2}{2 \mu_0}$$

$$B = \sqrt{2 \mu_0 p} = 8,97 \ T.$$

Observaţie : In calculele făcute la punctele c) şi d) s-a considerat plasma perfect diamagnetică.

VII.50. Patru atomi de hidrogen fuzionează formînd un atom de heliu. Cîtă energie se va elibera la fuziunea unui gram din atomi de hidrogen care se transformă în atomi de heliu? Comparaţi această energie cu cea eliberată prin fisiunea completă a unui gram de ^{235}U ?

Rezolvare

$$Q_1 = (4 m_H - m_{He}) c^2 = 26,73 \ MeV$$

Intr-un gram de hidrogen există

$$n = \frac{m}{m_H \cdot 1 u} = 5,977 \cdot 10^{23} \text{ atomi hidrogen}$$

Energia eliberată prin fuziunea unui gram de H va fi

$$Q = \frac{5,977}{4} \cdot 10^{23} \times 26,73 = 3,99 \cdot 10^{24} \ MeV = 6,39 \cdot 10^{11} \ J$$

In ipoteza că la fisiunea unui nucleu de ^{235}U se eliberează aproximativ 200 MeV, la fisiunea unui gram de ^{235}U se va elibera

$$Q = 200\ n\ MeV = 5{,}13 \cdot 10^{23}\ MeV = 8{,}5 \cdot 10^{10}\ J$$

unde n este numărul nucleelor de ^{235}U existente într-un gram.

B I B L I O G R A F I E

1. G.Ioniță, "Fizica nucleară", Curs multiplicat, Universitatea Iași, 1980
2. I.Kaplan, "Nuclear Physics", Addison-Wesley Publishing Company, Inc, 1964
3. R.D.Evans, "The Atomic Nucleus", Mc Graw-Hill Book Company. Inc., New-York, 1955
4. P.Marmier, E.Sheldon, "Physics of Nuclei and Particles" vol.I, Acad.Press, New-York, 1969
5. R.Eisberg, R.Resnick, "Quantum Physics" John Wiley & Sons, New-York, 1965.

BCU IASI \ CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

VIII. ACCELERATORI DE PARTICULE

VIII.1. Pentru obţinerea unui fascicul de deuteroni cu intensitatea de 6 μA şi energia de 2 MeV se utilizează un accelerator Van de Graaff. a) Care este puterea necesară pentru deplasarea benzii transformatoare în ipoteza că totalitatea pierderilor (frecare, etc) este de 5 % ? b) Care este viteza cu care deuteronii lovesc ţinta ?

Rezolvare

a) Deoarece banda transportoare trebuie deplasată împotriva forţei electrice pentru a menţine aceeaşi diferenţă de potenţial, puterea necesară deplasării ei va fi

$$P = I\,V$$

unde I este intensitatea fasciculului de deuteroni accelerați iar V diferenţa de potenţial acceleratoare, egală cu 2.10^6 V. Dar această putere reprezintă doar 95 % din puterea totală consumată deoarece 5 % se pierde prin diferite procese. Astfel

$$P_t = \frac{100\,P}{95} = 12{,}63\ w$$

b) Energia cinetică a deuteronilor la sfîrşitul procesului de accelerare este $E_c = 2$ MeV :

$$E_c = \frac{1}{2}\,m\,v^2$$

In ipoteza că între accelerator şi ţintă deuteronii nu pierd energie, viteza cu care lovesc ţinta va fi

$$v = \sqrt{2\,E_c/m} = 1{,}38\ .10^7\ m/s$$

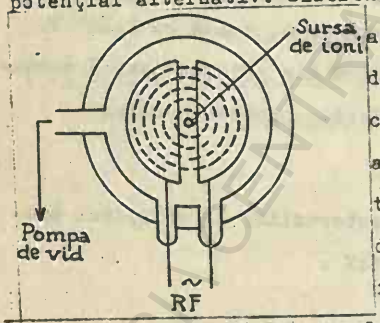
BCU IASI CENTRALA UNIVERSITARA LIBRARY

VIII.2. Să se găsească energia protonilor accelerați în tubul de accelerare dintre sferă și baza generatorului Van de Graaff în ipoteza că sfera se încarcă uniform, intensitatea critică a cîmpului electric la suprafața sferei fiind $E = 30$ kV/cm iar diametrul sferei $d = 2$ m.

VIII.3. Să se descrie principiul de funcționare al ciclotronului și să se arate limitele acestui tip de accelerator.

Rezolvare

Ciclotronul face parte din categoria acceleratorilor ciclici de rezonanță. Un cîmp magnetic de inducție $\vec{B}$, uniform și constant în timp curbează traiectoria particulelor silindu-le să folosească pentru accelerare o singură sursă, relativ joasă, de potențial alternativ. Diferența de potențial acceleratoare se aplică între doi electrozi în formă de D numiți duanți. Sursa de particule ce urmează a fi accelerate se află în centrul acestui sistem. La trecerea prin spațiul dintre cei doi duanți particula suferă acțiunea diferenței de potențial. Pentru ca această acțiune să fie acceleratoare este necesar ca particula să treacă prin acest spațiu totdeauna la o aceeași fază a tensiunii corespunzătoare accelerării ei în așa fel încît să-și mărească energia cinetică cu o valoare bine stabilită $\Delta E_c = q|U_{max} \sin \varphi|$. Crescînd energia, deci viteza particulei, va crește în mod corespunzător și raza traiectoriei ei în cîmpul de inducție B :



$$\frac{m v^2}{r} = q v B ; \qquad r = \frac{m v}{q B}$$

în așa fel încît viteza unghiulară

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{q}{m} B$$

va rămîne constantă. Pentru ca particula să ajungă în spațiul dintre duanți totdeauna în aceeași fază a tensiunii alternative este necesar ca această viteză unghiulară să fie egală cu pulsația tensiunii alternative :

$$\omega_u = \omega$$

Deoarece ω depinde de masa particulei accelerate, la viteze mari, comparabile cu viteza luminii, masa se modifică și condiția de rezonanță nu mai este satisfăcută. Din această cauză ciclotronul este utilizat pentru accelerarea pînă la energii mici, nerelativiste. Deoarece o particulă se consideră relativistă atunci cînd $\beta = \frac{v}{c} \geq 0,01$, electronii devin relativiști la o energie cinetică de 5 KeV iar protonii la aproximativ 9 MeV. Ca urmare ciclotronul este indicat pentru accelerarea particulelor grele: protoni, deuteroni, particule alfa și ioni mai grei unde devine mai eficient.

VIII.4. Intr-un ciclotron avînd raza de ejecție de 0,5 m și o frecvență a tensiunii alternative de 10 MHz se accelerează protoni, deuteroni și ioni de heliu. Să se calculeze : (a) inducția magnetică necesară în fiecare caz, (b) energia maximă la care pot fi accelerate fiecare din aceste particule.

Rezolvare

a) Condiția de rezonanță cere ca frecvența tensiunii alternative dintre duanți să fie egală cu frecvența de girație

particulelor pe orbită în ciclotron :

$$\nu_{el} = \frac{1}{2\pi}\,\omega$$

unde ω poate fi dedus din expresia forţei centripete ce acţionează asupra particulelor încărcate obligîndu-le să se mişte pe un anumit cerc :

$$\frac{m v^2}{r} = q\,v\,B$$

de unde

$$\frac{v}{r} = \frac{q\,B}{m}$$

Astfel condiţia de rezonanţă se poate scrie astfel :

$$2\pi\nu_{el} = \frac{q}{m}B$$

de unde

$$B = \frac{2\pi\nu_{el}}{q/m}$$

Se constată că valoarea inducţiei magnetice depinde de sarcina specifică q/m a particulelor accelerate. In cazurile menţionate în problemă q/m are valorile : $9{,}58.10^7$ C/kg pentru protoni; $4{,}79.10^7$ C/kg pentru deuteroni şi nuclee de heliu. Astfel

$$B_{(protoni)} = \frac{6{,}24 \times 10^7}{9{,}58 \times 10^7} = 0{,}65\ T$$

$$B_{(deuteroni)} = B_{(ioni\ heliu)} = \frac{6{,}24 \times 10^7}{4{,}79 \times 10^7} = 1{,}30\ T$$

b) Energia maximă la care pot fi accelerate particulele în ciclotron se calculează astfel :

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} m v^2 \quad (\text{este un accelerator nerelativist})$$

unde $v = \frac{q\,B}{m} r$

sau din condiţia de rezonanţă

$$v = 2\pi\nu_{el} \cdot r$$

BCU IAŞI - CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Astfel energia cinetică maximă va fi

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} m \left(\frac{q B}{m} r \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2 B^2}{m} r^2 ,$$

unde r este raza de ejecţie,

sau

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} m (2\pi \nu_{el} r)^2 = 2\pi^2 m \nu_{el}^2 r^2$$

Introducînd valorile corespunzătoare ale maselor se obţine :

$$\mathcal{E}_{proton} = 4,9298.10^{14} \times 1,6725. 10^{-27} = 8,245.10^{-13} =$$

$$= 5,15 \text{ MeV}$$

$$\mathcal{E}_{deuteron} = 4,9298.10^{14} \times 3,34427.10^{-27} = 16,486.10^{-13} \text{ J} =$$

$$= 10,3 \text{ MeV}$$

$$\mathcal{E}_{ion\ heliu} = 4,9298.10^{14} \times 6,646.10^{-27} = 32,764.10^{-13} \text{ J} =$$

$$= 20,5 \text{ MeV}$$

VIII.5. Să se găsească valoarea B/ν, unde B este inducţia aplicată iar ν frecvenţa tensiunii aplicate, într-un ciclotron pentru surse constituite din protoni, deuteroni şi nuclee de heliu.

Rezolvare

Condiţia de rezonanţă dintre pulsaţia ω_{el} a tensiunii electrice acceleratoare aplicată între duanţi şi valoarea vitezei unghiulare ω a mişcării de giraţie a particulelor pe orbită, determinată de inducţia magnetică B, este

$$\omega_{el} = \omega$$

cu $\omega_{el} = 2\pi\nu$, $\omega = \frac{q B}{m}$, q fiind sarcina iar m masa particulei accelerate. Deci

$$2\pi\nu = \frac{q B}{m}$$

de unde

$$B/\nu = \frac{2\pi}{q/m}$$

BCUAIS CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Pentru protoni $q/m = 9{,}58 \cdot 10^7$ C/kg

şi ca-urmare $B/\vartheta = 6{,}56 \cdot 10^{-8}$ T . s

Pentru deuteroni masa este de două ori mai mare decît a protonilor, deci raportul B/ϑ va fi de două ori mai mare :

$$B/\vartheta = 1{,}31 \cdot 10^{-7} \text{ T. s}$$

Pentru particule alfa sarcina specifică q/m are aceeaşi valoare ca şi pentru deuteroni.

VIII.6. Să se găsească valoarea cu care trebuie modificat cîmpul magnetic dintr-un ciclotron cînd fasciculul de particule încărcate se schimbă de la protoni la deuteroni şi apoi de la deuteroni la particule alfa.

Rezolvare

Din condiţia de rezonanţă

$$\omega_{el} = \frac{q\,B}{m} \quad \text{sau} \quad 2\pi\vartheta = \frac{q\,B}{m}$$

Trecînd de la protoni la deuteroni sarcina specifică q/m se reduce la jumătate prin urmare B va trebui să crească de două ori pentru a se menţine rezonanţa. Trecînd de la deuteroni la particule alfa, sarcina specifică nu se modifică, deci nici B nu va trebui modificat.

VIII.7. Intr-un ciclotron cu cîmp magnetic omogen $B = 1{,}5$ T, se accelerează protoni, deuteroni şi particule alfa pînă la energia de 1 MeV. Tensiunea alternativă de accelerare aplicată între cei doi duanţi este $U = 10$ KV.

a) Să se găsească frecvenţa generatorului de tensiune

b) Să se găsească timpul total necesar accelerării pînă la energia dată. c) Să se găsească distanţa faţă de sursa de particule

la care trebuie plasat deflectorul de extracţie a fasciculului din ciclotron.

Rezolvare a) Frecvenţa generatorului se găseşte din condiţia de rezonanţă :

$$2\pi\nu = \frac{q\,B}{m} \; ; \quad \nu = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{q}{m} \cdot B$$

Inducţia B fiind fixată, frecvenţa va trebui schimbată în funcţie de sarcina specifică q/m a particulelor care urmează a fi accelerate. Se obţin valorile :

$$\nu_{(proton)} = 22{,}9 \text{ MHz} \; ; \quad \nu_{(deuteron)} \simeq \nu(\alpha) = 11{,}4 \text{ MHz}.$$

b) In ciclotron timpul necesar mişcării pe orbita semicirculară din interiorul unui duant rămîne constant datorită măririi corespunzătoare a razei odată cu creşterea energiei. La trecerea prin spaţiu dintre duanţi particula este accelerată primind energia $\Delta E_c = q\,U$. Pentru a obţine energia cinetică totală $E_c = 1$ MeV particula va trebui să străbată spaţiul dintre cei doi duanţi de un număr de ori egal cu

$$n = \frac{E_c}{\Delta E_c}$$

Intre două treceri consecutive străbate un semicerc într-un timp

$$t_1 = \frac{T}{2} = \frac{\pi r}{v} = \frac{\pi}{\omega} = \frac{\pi}{\frac{q}{m} B}$$

Timpul total necesar accelerării va fi

$$t = n\,t_1 = \frac{E_c}{\Delta E_c} \cdot \frac{\pi}{\frac{q}{m} B}$$

Din această relaţie se constată că particulele cu sarcină specifică mai mare vor necesita un timp mai scurt de accelerare pentru a obţine aceeaşi energie finală. In condiţiile date valorile corespunzătoare sînt :

$t(\text{proton}) = 2{,}2\ \mu s$; $t(\text{deuteron}) \cong t(\alpha) = 4{,}4\ \mu s$.

c) Electrodul sau electrozii deflectori au rolul de a modifica ultima traiectorie a particulei, deci traiectoria corespunzătoare energiei cinetice maxime, în aşa fel încît particulele accelerate să poată fi scoase în afara acceleratorului şi îndreptate spre o ţintă ce trebuie iradiată. Ca urmare deflectorul va fi situat la o distanţă de sursa de particule (centrul ciclotronului) mai mare sau cel puţin egală cu raza maximă pe care se mişcă particulele. Raza maximă se poate obţine din expresia forţei centripete

$$\frac{m v^2}{r} = q v B \qquad r = p / q B$$

Ciclotronul fiind un accelerator nerelativist se poate scrie :

$$p = \sqrt{2 m E_c}, \quad \text{deci} \quad r = \frac{\sqrt{2 m E_c}}{q B} \quad \text{şi} \quad d \geq \frac{\sqrt{2 m E_c}}{q B}$$

Cu valorile date în problemă se obţine :

$d(\text{protoni}) \geq 98$ cm ; $d(\text{deuteroni}) \simeq d(\alpha) \geq 136$ cm.

Observaţie : In calculele efectuate am aproximat

$$\left(\frac{q}{m}\right)_{\text{deuteroni}} = \left(\frac{q}{m}\right)_{\text{alfa}} = \frac{1}{2}\left(\frac{q}{m}\right)_{\text{proton}}$$

In calculele exacte pentru proiectarea unui ciclotron trebuie calculate valorile exacte ale sarcinilor specifice pentru că în caz contrar particulele nu vor mai pătrunde în spaţiul de accelerare în faza corespunzătoare accelerării şi atunci vor fi frînate şi scoase din fascicul.

BCU INSTITUTUL CENTRAL UNIVERSITAR LIBRARY

VIII.8. Faceţi un plan general pentru un ciclotron de protoni cu energia de 10 MeV. Evaluaţi diametrul piesele polare ale magnetului, frecvenţa şi puterea oscilatorului, grosimea blindajului. Din aceste date evaluaţi costul.

VIII.9. Datorită variaţiei relativiste a masei cu viteza condiţia de rezonanţă din ciclotron nu poate fi menţinută cînd particulele se accelerează pînă la energii mari la care se consideră relativiste. In sincrociclotron această dificultate este înlăturată prin variaţia corespunzătoare a frecvenţei tensiunii de accelerare aplicată duanţilor. Dar menţinerea condiţie de rezonanţă în acest fel face ca sincrociclotronul să nu poată funcţiona în regim continuu ca ciclotronul ci în impulsuri. Stiind că valoarea medie a densităţii de curent din fasciculul de protoni este $1,6.10^{-9}$ A/cm^2, să se determine : a) densitatea medie a fluxului de protoni din fascicul; b) densitatea fluxului de protoni dintr-un impuls, dacă durata unui impuls este 0,01 % din durata întregului ciclu de accelerare.

Rezolvare

a) Fluxul mediu de protoni este

$$\phi_m = \frac{i}{e} = \frac{1,6.10^{-9}\ A/cm^2}{1,6.10^{-19} c} = 10^{10}\ \text{protoni/cm}^2.s$$

b) $$\phi = \frac{\phi_m}{0,001 i} = 10^{14}\ \text{protoni/cm}^2.s$$

la fiecare impuls obţinut de la sincrociclotron.

VIII.10. Bombardînd o ţintă din carbon cu protoni, ccelerăţi la sincrociclotronul Universităţii din Berkeley, alifornia pînă la energia de 350 MeV, s-au obţinut pentru prima ată mezoni pe cale artificială. Inducţia magnetică era de 1,5 T. a) Să se calculeze raza finală a traiectoriei protonilor în sincrociclotrom. b) Să se calculeze variaţia de frecvenţă în timpul accelerării ştiind că frecvenţa la începutul ciclului de accelerare era de 23 MHz. c) Cîte rotaţii a executat protonul în sincrociclotron ştiind că valoarea tensiunii de accelerare aplicată duantului era de 14 KV.

Rezolvare

Protonii fiind relativişti energia lor totală va fi:

$$E^2 = E_0^2 + p^2 c^2$$

cu $E_0 = m_0 c^2$ şi $p = e B r$. Dar $E = E_0 + E_c$ şi ca urmare rezultă pentru raza finală expresia

$$r = \frac{\sqrt{E_c^2 + 2 E_0 E_c}}{e B c} \quad ; \quad r = 196{,}2 \text{ cm}$$

b) Frecvenţa tensiunii alternative de accelerare se obţine din condiţia de rezonanţă

$$2\pi\nu = \frac{e B}{m} = \frac{e B c^2}{m c^2} = \frac{e B c^2}{m_0 c^2 + E_c}$$

La începutul procesului de accelerare energia cinetică o protonilor este neglijabilă în comparaţie cu energia proprie, deci frecvenţa iniţială se poate scrie ca

$$\nu_i = \frac{1}{2\pi} \frac{e B c^2}{m_0 c^2}$$

iar frecvenţa finală la extracţie

$$\nu_f = \frac{1}{2\pi} \frac{e B c^2}{m_0 c^2}$$

$$\frac{\nu_1}{\nu_0} = \frac{m_0c^2 + E_c}{m_0c^2} \quad ; \quad \nu_0 = \nu_1 \frac{m_0c^2}{m_0c^2 + E_c} \quad ; \quad \nu_0 = 16{,}75 \text{ MHz};$$

$$\Delta\nu = 6{,}25 \text{ MHz}$$

c) $$n = \frac{E_c}{\Delta E_c} = \frac{350 \text{ MeV}}{0{,}014 \text{ MeV}} = 25.000 \text{ rotații.}$$

VIII.11. Care este raportul dintre frecvența cea mai mare și frecvența cea mai mică necesare într-un sincrociclotron pentru a putea accelera protoni până la 500 MeV ?

Rezolvare $\nu_{el} = \nu_{rev} = \frac{1}{T}$, T fiind perioada de revoluție a particulei de masă și viteză date pe orbita de rază r din sincrociclotron :

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{qB/m} = \frac{2\pi m}{qB}$$

Inmulțind și împărțind expresia obținută cu c^2 obținem la numărător mc^2 ce reprezintă energia totală care poate fi scrisă ca suma dintre energia proprie și energia cinetică E_c a particulei:

$$T = \frac{2\pi m c^2}{qBc^2} = \frac{2\pi(m_0c^2 + E_c)}{qBc^2}$$

și

$$\nu = \frac{qBc^2}{2\pi(m_0c^2 + E_c)}$$

considerînd inițial protonii aproximativ în repaus, $E_c = 0$ se obține valoarea maximă a frecvenței

$$\nu_{max} = \frac{qBc^2}{2\pi m_0c^2} = \frac{B}{2\pi} \cdot \frac{q}{m_0}$$

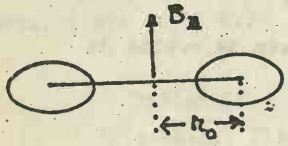
In final energia cinetică a protonilor este $E_c = 500$ MeV și frecvența va avea valoarea minimă

$$\nu_{min} = \frac{qBc^2}{2\pi(m_0c^2 + E_c)}$$

$$\frac{\nu_{max}}{\nu_{min}} = \frac{m_o c^2 + E_c}{m_o c^2} = 1 + \frac{E_c}{m_o c^2} = 1 + \frac{500\ MeV}{938{,}256\ MeV} = 1{,}53$$

VIII.12. Să se găsească relaţia dintre valoarea inducţiei magnetice de ghidaj a electronului pe orbită în betatron şi valoarea inducţiei magnetice de accelerare.

Rezolvare Torul vidat de rază r_o este aşezat într-un cîmp de inducţie magnetică variabilă, perpendicular pe planul torului. Prin variaţia fluxului magnetic prin suprafaţa delimitată de tor ia naştere un cîmp electric rotaţional



$$E = \frac{1}{2\pi r_o} \frac{d\Phi}{dt} \qquad (1)$$

Dar fluxul se poate scrie ca :

$$\Phi = \iint B_z \, dS = \pi r_o^2 \overline{B}_z \qquad (2)$$

$\overline{B}_z$ fiind valoarea medie a inducţiei magnetice prin suprafaţa delimitată de tor. Astfel

$$E = \frac{1}{2\pi r_o} \pi r_o^2 \frac{d\overline{B}_z}{dt} = \frac{r_o}{2} \frac{d\overline{B}_z}{dt} \qquad (3)$$

Acest cîmp electric va acţiona asupra electronului cu o forţă $F = e E$ care-i va modifica impulsul : $\dot{p} = e E$. Impulsul pe care-l va primi electronul pe durata t cît durează variaţia de flux va fi

$$p = \int_{t=0}^{t} \dot{p} \, dt = \int_{t=0}^{t} \frac{e r_o}{2} \frac{d\overline{B}_z}{dt} dt = \frac{e r_o}{2} \int_0^{B_z} d\overline{B}_z = \frac{e r_o}{2} \overline{B}_z \qquad (4)$$

Mişcarea electronului pe o orbită circulară cu raza egală cu raza

torului va fi determinată de forţa centripetă

$$\frac{m v^2}{r_o} = e v B \qquad (5)$$

unde B este valoarea inducţiei magnetice B_z pe orbita de rază r_o. Din (5) rezultă

$$p = e B r_o \qquad (6)$$

Egalînd expresiile (4) şi (6) obţinute pentru impulsul electronului ce se mişcă pe cercul de rază r_o, rezultă :

$$B = \frac{\overline{B}_z}{2} \qquad (7)$$

Aceasta poartă numele de "legea 1/2" şi exprimă faptul că orbita de echilibru a electronului în betatron va fi aceea pentru care valoarea inducţiei magnetice de ghidaj va fi jumătate din valoarea medie a inducţiei magnetice pe suprafaţa delimitată de această orbită. De aici rezultă că valoarea inducţiei magnetice trebuie să descreacă cu raza. Această descreştere se alege în general de forma

$$B = B_o \left(\frac{r_o}{r}\right)^n$$

cu $n > 0$, unde B_o este valoarea inducţiei magnetice pe orbita de echilibru de rază r_o.

VIII.13. L.Arţimovici şi I.Pomeranciuc au demonstrat teoretic că la mişcarea pe o orbită circulară un electron pierde prin radiaţie, în timpul unei rotaţii, o energie $E = 88 \frac{E_o^4}{r}$ KeV, unde E_o este energia cinetică a electronului în GeV, iar r raza orbitei în metri. Să se calculeze energia limită până la care vor putea fi acceleraţi electronii într-un betatron în care viteza de variaţie a inducţiei magnetice pe orbită este de

10^2 T/s, iar raza orbitei este $r = 0,5$ m.

Rezolvare

Din formula dată rezultă că odată cu creşterea energiei cinetice a particulei accelerate, energia pierdută de aceasta prin radiaţie creşte cu puterea a patra a energiei cinetice. Ca urmare la o anumită energie cinetică a particulei energia pierdută de ea prin radiaţie în timpul unei rotaţii devine egală cu energia cîştigată într-o rotaţie prin accelerare. Această valoare a energiei cinetice reprezintă tocmai limita pînă la care poate fi accelerat electronul într-un betatron. Deci :

$$88 \frac{E_c^4}{r} \times 1,6 \cdot 10^{-16} = \pi r^2 e \frac{dB}{dt}$$

de unde

$$E_c^4 = \frac{\pi r^3}{88.10^3} \frac{dB}{dt} \quad ; \quad E_c = 0,154 \text{ GeV}$$

Energia cinetică maximă pînă la care poate fi accelerat un electron în betatron este de 145 MeV.

VIII.14. Intr-un betatron fluxul magnetic delimitat de orbita stabilă variază conform relaţiei :

$$\Phi = \Phi_0 \sin \omega t$$

iar accelerarea se face în decursul primului sfert de perioadă. Să se găsească formulele de calcul pentru : a) energia pe care o primeşte electronul la fiecare rotaţie ; b) distanţa totală străbătută de electroni în ipoteza că vitezele acestora pot fi aproximate prin viteza luminii ; c) numărul de rotaţii dacă raza orbitei este R ; d) energia finală a electronilor.

BUCHAREST CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Rezolvare

a) Energia primită la o singură rotaţie este :

$$E_1 = e\,U = e\,\frac{d\,\Phi}{d\,t} = e\,\omega\,\Phi_0\,\cos\omega\,t$$

b) Distanţa totală străbătută este

$$d = v\,t$$

unde v este viteza electronului ce se ia $v \cong c$, iar t este timpul total de accelerare ce corespunde primul sfert de perioadă :

$$t = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2\,\omega}$$

Deci

$$d = \frac{\pi c}{2\,\omega}$$

c) Numărul total de rotaţii

$$n = \frac{d}{2\,\pi\,R} = \frac{c}{4\,\omega\,R}$$

d) Energia finală poate fi calculată ca produsul dintre numărul de rotaţii n şi energia medie E_m primită la o rotaţie

$$E_m = \frac{1}{t}\int_0^t E_1\,dt = \frac{2\,\omega}{\pi}\int_0^{\pi/2\omega} e\,\omega\,\Phi_0\,\cos\omega\,t\,.dt = \frac{2}{\pi}\,e\,\omega\,\Phi_0$$

$$E = n\,E_m = \frac{e\,c\,\Phi_0}{2\,\pi\,R}$$

VIII.15. Un betraton funcţionează la următorii parametri : diametrul orbitei stabile 1,67 m, valoarea maximă a inducţiei pe orbită 0,4 T iar frecvenţa acesteia 60 Hz. Inducţia de ghidaj şi fluxul magnetic la momentul iniţial sînt zero. Să

se calculeze cîştigul mediu de energie la fiecare rotaţie şi energia finală a electronilor.

Rezolvare

Conform celor demonstrate în problema precedentă energia medie obţinută la o rotaţie a electronului pe orbită este

$$E_m = \frac{2}{\pi} e \omega \Phi_o$$

Φ_o fiind valoarea maximă a fluxului

$$\Phi_o = \pi R^2 \overline{B}_{max}$$

Conform "legii 1/2" $\overline{B} = 2B$, unde B este valoarea inducţiei pe orbită iar $\overline{B}$ valoarea medie a inducţiei pe suprafaţa delimitată de orbită. Deci :

$$\overline{B}_{max} = 2 B_{max}$$

In electron-volţi expresia energiei medii va fi :

$$\overline{E}_m = \frac{2}{\pi} . \omega . \pi R^2 . 2 B_{max} = 420,3 \text{ eV}$$

Energia cinetică la extracţie este

$$E_c = \frac{e c \Phi_o}{2\pi R} \quad \text{sau în electron-volţi} \quad E_c = \frac{c \Phi_o}{2\pi R}$$

$$E_c = \frac{C \pi R^2 . 2 B_{max}}{2\pi R} = C R B_{max} = 2.10^8 \text{ eV} = 200 \text{ MeV}.$$

VIII.16. Un electron accelerat într-un betatron timp de 5.10^{-4} s pe o orbită de echilibru, avînd raza de echilibru de 8 cm, în interiorul căreia fluxul magnetic creşte cu viteza constantă de 15 Wb/s (începînd de la valoarea zero) este frînat brusc într-un anumit material. Să se determine energia maximă şi lungimea de undă a radiaţiei emise.

BCU CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Rezolvare

Energia maximă a radiaţiei de frînare este egală cu energia cinetică a electronului frînat

$$E_c = (h\nu)_{max}$$

Energia cinetică a electronului accelerat în condiţiile date este :

$$E_c = \sqrt{p^2 c^2 + E_o^2} - E_o$$

unde E_o este energia de repaus a electronului egală cu 0,511 MeV, p - este impulsul electronului ce se poate determina din forţa Lorentz

$$\frac{m v^2}{r} = e v B_e \quad \Rightarrow p = e B_e r$$

B_e - fiind valoarea inducţiei la extracţie pe orbita de echilibru de rază r şi se poate determina din viteza de variaţie a fluxului magnetic în interiorul acestei raze şi timpul de accelerare:

$$v_\phi = \frac{d\phi}{dt} = \pi r^2 \frac{d\bar{B}}{dt} = 2\pi r^2 \frac{dB}{dt} \quad (B = \frac{1}{2}\bar{B})$$

$$\int_0^{B_e} dB = \frac{1}{2\pi r^2} v_\phi \int_0^t dt \; ; \quad B_e = \frac{v_\phi t}{2\pi r^2}$$

Astfel

$$p = e \frac{v_\phi t}{2\pi r^2} r$$

iar energia la extracţie

$$E_c = \sqrt{\frac{e^2 v_\phi^2 t^2}{4\pi^2 r^2} + E_o^2} - E_o = 3,79 \text{ MeV}$$

Deci energia maximă a cuantei radiaţiei de frînare emise este:

$$h\nu = 3,79 \text{ MeV}.$$

Lungimea de undă corespunzătoare este :

$$\lambda = \frac{h c}{E_c} = 3,129 \cdot 10^{-13} \text{ m} = 0,0031 \text{ Å} .$$

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

VIII.17. Electroni cu energia de 1 MeV sînt injectaţi pe orbita stabilă de rază R = 1,5 m a unui betatron. Fluxul magnetic în interiorul acestei orbite variază cu viteza constantă de 20 Wb/s. a) Care va fi energia electronilor la extracţie, dacă aceasta are loc după ce electronii au efectuat 10^7 rotaţii în interiorul betatronului ? b) Care este drumul total parcurs de electroni pe durata accelerării ? c) Care sînt valorile iniţială şi finală ale inducţiei magnetice pe traiectoria stabilă ? d) Care este timpul total necesar accelerării ?

Rezolvare

a) $E_c^e = E_c^i + n\,e\,U = E_c^i + n\,e\,\frac{d\Phi}{dt} =$

$= 1 \text{ MeV} + 200 \text{ MeV} = 201 \text{ MeV}$

b) $L = 2\pi R \cdot n = 9{,}4 \cdot 10^7 \text{ m}$

c) Electronii sînt relativişti atît la extracţie cît şi la injecţie ca urmare energia totală se scrie :

$$E^2 = E_0^2 + p^2 c^2$$

unde impulsul p se calculează din forţa Lorentz

$$\frac{m v^2}{R} = e\,v\,B$$

B fiind inducţia pe orbita de echilibru. Rezultă :

$$p = e\,B\,R$$

Scriind energia totală ca suma dintre energia de repaus şi energia cinetică a electronului se obţine

$$(E_0 + E_c)^2 = E_0^2 + e^2 B^2 R^2 C^2$$

Rezultă :

$$B = \frac{\sqrt{E_c^2 + 2 E_0 E_c}}{e\,c\,R}$$

BCU IASI CENTRALA UNIVERSITARA LIBRARY

Inlocuind valorile corespunzătoare ale energiei cinetice se obţine :

$$B_1 = 0{,}0031 \text{ T} \quad ; \quad B_e = 0{,}44 \text{ T}$$

d) Avînd viteza de variaţie a fluxului

$$v_\phi = \frac{d\,\phi}{d\,t} = \pi R^2 \frac{d\,\bar{B}}{d\,t} = 20 \text{ Wb/m}^2$$

unde $\bar{B}$ este valoarea medie a inducţiei magnetice în interiorul orbitei stabile, şi cunoscînd legătura dintre valoarea medie a inducţiei şi valoarea acesteia pe traiectorie exprimată prin "legea 1/2"

$$B = \frac{1}{2}\,\bar{B}$$

se poate scrie :

$$\int_{2B_1}^{2B_e} d\,\bar{B} = \frac{v_\phi}{\pi R^2} \int_0^t d\,t$$

de unde rezultă timpul total necesar accelerării

$$t = \frac{2\pi R^2 (B_e - B_1)}{v_\phi} = 0{,}3 \text{ s.}$$

VIII.17. Intr-un betatron electronii sînt accelerati pînă la energia de 100 MeV. La injecţie energia electronilor era 50 KeV iar inducţia pe orbita de echilibru are valoarea $4 \cdot 10^{-3}$ T. a) Să se calculeze raza orbitei de echilibru. b) Să se calculeze impulsul electronului la ieşirea din betatron. c) Să se calculeze dimensiunile transversale minime ale camerei de accelerare ştiind că divergenţa fasciculului furnizat de sursă la injecţie este $\delta = 0{,}1$ rad, iar indicele de cîmp este $n = 0{,}7$.

Rezolvare

a) La injecţie electronii sînt deja relativişti

eci

$$E^2 = E_0^2 + p^2 c^2 \quad \text{sau} \quad (E_0 + E_c)^2 = E_0^2 + e^2 B^2 R^2$$

stfel

$$R = \frac{\sqrt{(E_c^i)^2 + 2 E_0 E_c^i}}{e B_i c}$$

(i indică valorile la injecţie).

Introducînd valorile corespunzătoare se obţine :

$$R = 19{,}3 \text{ cm} = 0{,}193 \text{ m}$$

b) Impulsul electronului la extracţie este

$$p = e B_e R$$

unde

$$B_e = \frac{\sqrt{(E_c^e)^2 + 2 E_0 E_c^e}}{e R c}$$

$$p = 5{,}4 \times 10^{-20} \text{ kg. m/s}$$

c) Conform teoriei oscilaţiilor betatronice, datorită divergenţei fasciculului la injecţie, particulele ce sînt injectate pe alte orbite decît cea de echilibru vor executa oscilaţii în jurul orbitei de echilibru. După cum abatere este în planul orbitei sau în plan perpendicular pe acesta pulsaţia oscilaţiilor betatronice va fi :

$$\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - n}$$

respectiv

$$\omega_z = \omega_0 \sqrt{n}$$

n fiind indicele de cîmp iar ω_0 viteza unghiulară de giraţie a electronului pe orbita de echilibru. Ecuaţia mişcării oscilatorii

BCU IAŞI CENTRALA UNIVERSITY LIBRARY

se poate scrie sub forma

$$y = y_m \sin \omega t$$

y_m fiind amplitudinea acestor oscilaţii. Dimensiunile transversale ale camerei de accelerare trebuie să fie mai mari decît această amplitudine pentru ca particulele să nu atingă pereţii. Viteza mişcării oscilatorii este :

$$\dot{y} = y_m \omega \cos \omega t$$

La momentul $t = 0$, cînd se face injecţia

$$\dot{y}_o = \frac{dy}{dt}_{t=0} = \frac{dy}{ds} \cdot \frac{ds}{dt}_{t=0} = y_m \omega$$

ds - fiind elementul de lungime în lungul traiectoriei de echilibru şi ca urmare :

$$\frac{dy}{ds} = tg\,\delta$$

$\frac{ds}{dt}$ este viteza iniţială în lungul orbitei de echilibru. Rezultă :

$$y_m = \frac{v_o\, tg\,\delta}{\omega}$$

Astfel pentru oscilaţiile radiale se obţine

$$(y_m)_r = \frac{v_o\, tg\,\delta}{\omega_r} = \frac{v_o\, tg}{\frac{v_o}{r_o}\sqrt{1-n}} = \frac{r_o\, tg\,\delta}{\sqrt{1-n}} \simeq \frac{r_o \cdot \delta}{\sqrt{1-n}} = 0{,}035 \text{ m}$$

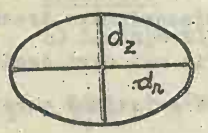
Deci diametrul camerei de accelerare pe direcţia radială trebuie să aibă o valoare $d_r \geq 0{,}07$ m pentru ca electronii să nu lovească pereţii şi astfel să fie scăşi din fascicul.

Pentru oscilaţiile perpendiculare pe planul orbitei

$$(y_m)_z = \frac{v_o\, tg\,\delta}{\omega_z} \simeq \frac{r_o\,\delta}{\sqrt{n}} = 0{,}023 \text{ cm}$$

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

iar diametrul corespunzător $d_z \geq 0{,}046$ cm.



Deci secţiunea transversală în tor va avea forma unei elipse cu semiaxa mare de 3,5 cm iar semiaxa mică de 2,3 cm.

VIII.18. Într-un sincrotron de protoni, circular, particulele sînt accelerate pînă la energia de 1 GeV. Se dau energia la injecţie $E_{ci} = 0{,}46$ MeV şi raza de echilibru $R_s = 4{,}5$ m. a) Să se calculeze limitele de variaţie ale inducţiei în timpul procesului de accelerare. b) Să se calculeze limitele de variaţie ale frecvenţei în timpul procesului de accelerare.

Rezolvare

a) Plecînd de la expresia relativistă a energiei se obţine

$$B = \frac{\sqrt{E_0^2 + 2 E_0 E_c}}{R_s e}$$

La injecţie $E_0^i = 0{,}46$ MeV şi $B_i = 0{,}021$ T

La extracţie $E_0^e = 1$ GeV şi $B_e = 1{,}26$ T

b) La injecţie masa protonului este egală aproximativ cu masa lui de repaus $m_i \simeq m_0$ şi introducînd în expresia frecvenţei

$$f = \frac{e B c^2}{2\pi m c^2}$$

se obţine

$$f_i = 0{,}3 \text{ MHz}$$

iar la extracție $m c^2 = m_0 c^2 + E_c$, de unde

$$f_e = 9{,}7 \text{ MHz}.$$

* VIII.19. Care este lungimea primului și a ultimului tub de drift dintr-un accelerator liniar utilizat pentru a accelera protoni de la 10 MeV pînă la 200 MeV dacă frecvența tensiunii aplicate este de 60 MHz.

Rezolvare

Lungimea tuburilor de drift se alege în așa fel încît în timpul parcurgerii unui tub de către particulă cîmpul electric din spațiul de accelerare dintre două tuburi consecutive să-și schimbe sensul devenind accelerator. Deci tubul n va avea lungimea

$$L_n = \frac{T}{2} v_n = \frac{1}{2f} v_n$$

La energiile menționate protonii se consideră relativiști, prin urmare energia lor cinetică se calculează cu relația :

$$E = m c^2 - m_0 c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 c^2$$

De aici rezultă pentru viteza protonului la ieșirea din tubul n al acceleratorului, expresia :

$$v_n = c \left[1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{E_n}{m_0 c^2}\right)^2} \right]^{1/2}$$

Astfel lungimea tubului n va fi :

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$$L_n = \frac{c}{2f}\left[1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{E_n}{m_o c^2}\right)^2}\right]^{1/2}$$

unde f este frecvența tensiunii de accelerare, E_n energia cinetică a protonului la ieșirea din tubul n, c - viteza luminii iar m_o masa de repaus a protonului. Primul tub, în care energia cinetică a protonului este 10 MeV va avea lungimea

$$L_1 = \frac{c}{2f}\left[1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{E_1}{m_o c^2}\right)^2}\right]^{1/2} = 0{,}36 \text{ m}$$

Ultimul tub de accelerare, în care energia protonului este de 200 MeV va avea lungimea

$$L_{final} = \frac{2}{2f}\left[1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{E_{final}}{m_o c^2}\right)^2}\right]^{1/2} = 1{,}42 \text{ m.}$$

VIII.20. a) Să se calculeze energia totală disponibilă pentru reacție în SCM cînd fascicule de particule provenite de la : 1) sincrotronul de protoni de 33 GeV de la Brookhaven și 2) sincrotronul de protoni de 74 GeV de la Serpulhovo, lovesc protoni în repaus.

b) Ce energie este disponibilă în SCM la ciocnirea fasciculelor de protoni din inelul de acumulare cu care este echipat sincrotronul de protoni de 28 GeV de la CERN, Geneva ?

c) Să se compare energiile disponibile în SCM la ciocnirea p- p realizată cu fascicule de protoni din : 1) sincrotronul cu gradient alternativ de 200 GeV de la Weston, Illinois;

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

) sincrotronul cu gradient alternant de 300 GeV din Europa;
) acceleratorul de 1000 GeV proiectat în URSS, funcţionînd t.
ără inele de acumulare, cu cea din inelul de acumulare de la
ERN.

Rezolvare

a) Plecînd de la relaţia dintre energia cinetică a unei particule în SCM, E_{SCM}, şi energia ei cinetică corespunzătoare faţă de o particulă identică dar aflată în repaus, E_1 :

$$\frac{E_1}{E_0} = 2 \frac{E_{SCM}^2}{E_0^2} + 1$$

energia cinetică totală disponibilă în SCM cînd un proton cu energia cinetică E_1 ciocneşte un proton în repaus va fi

$$(E_{SCM})_{total} = 2 E_0 \sqrt{\frac{E_1}{2 E_0} + 1}, \qquad E_0 = m_0 c^2$$

Introducînd valorile date în problemă se obţine :

1) $(E_{SCM})_{total} = 2 \cdot 938{,}256 \sqrt{\frac{33000}{938{,}256} + 1} = 6{,}2$ GeV

2) $(E_{SCM})_{total} = 10{,}1$ GeV

b) $(E_{SCM})_{total} = E_{SCM} + E_{SCM} = 28$ GeV + 28 GeV =

= 56 GeV.

c) 1) $(E_{SCM})_{total} = 17{,}59$ GeV

2) $(E_{SCM})_{total} = 21{,}92$ GeV

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

3) $(E_{SCN})_{total} = 41,48$ GeV.

Se observă că în toate cazurile energia disponibilă pentru reacţie este mult mai mică decît cea din inelul de acumulare de la CERN.

B I B L I O G R A F I E

1. G.Ioniţă, "Fizica Nucleară", Curs multiplicat, Universitatea Iaşi, 1980
2. I.Kaplan, "Nuclear Physics", Addison-Wesley Publishing Company, Inc, 1964
3. A.Berinde şi alţii, "Probleme rezolvate de tehnică nucleară" Ed.tehnică, Bucureşti, 1973
4. I.E.Irodov, "Culegere de probleme de fizică atomică", Ed.Tehnică, Bucureşti, 1961.

BCU IASI | CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

A N E X A 1

Variaţia energiei de legătură pe nucleon în funcţie de numărul de masă

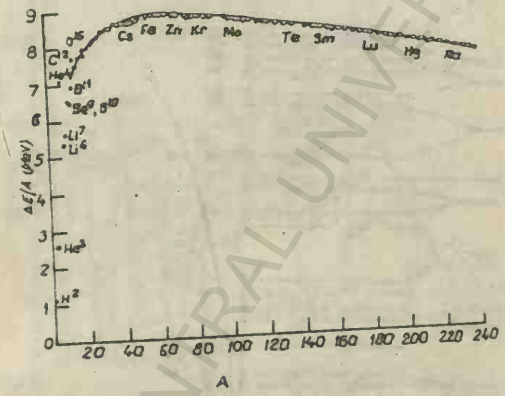


Fig.1

BCU IASI | CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

A N E X A 2

Nivelele energetice ale nucleului pe baza modelului în pături

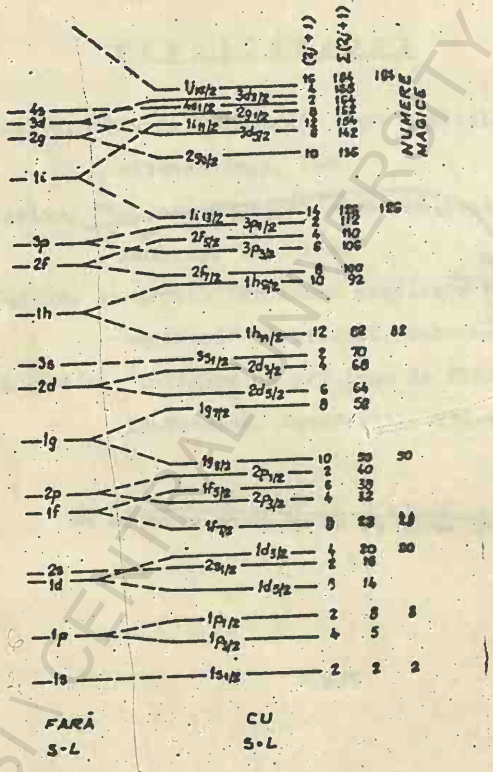


Fig.2

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

. A N E X A - 3

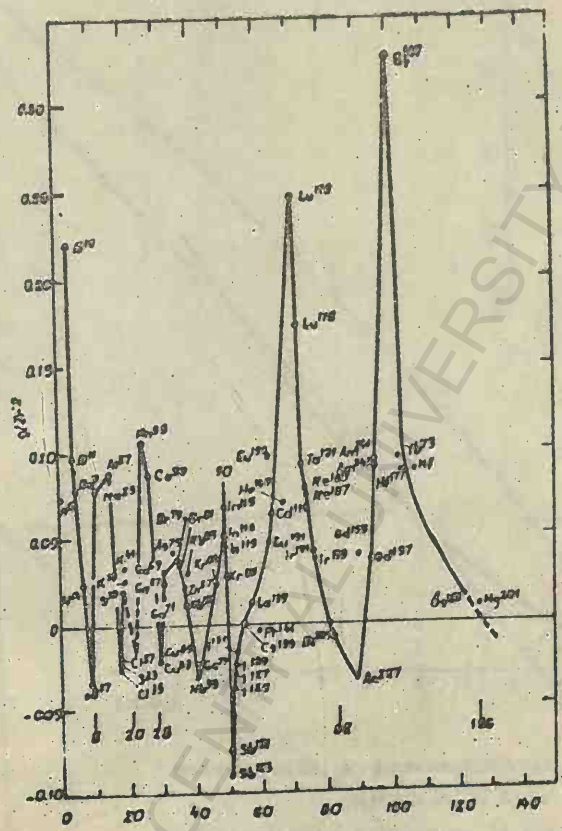
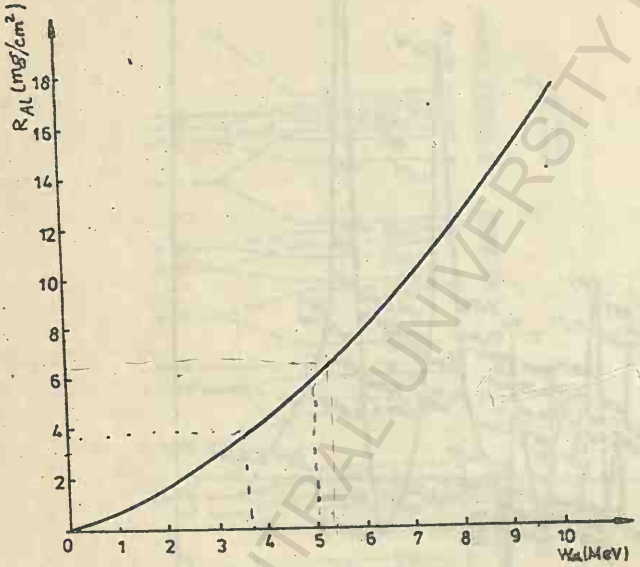


FIG.3.

Variația momentului electric de cvadrupol în funcție de numărul de masă

ANEXA 4



CURBA PARCURS-ENERGIE A PARTICULELOR ALFA ÎN ALUMINIU

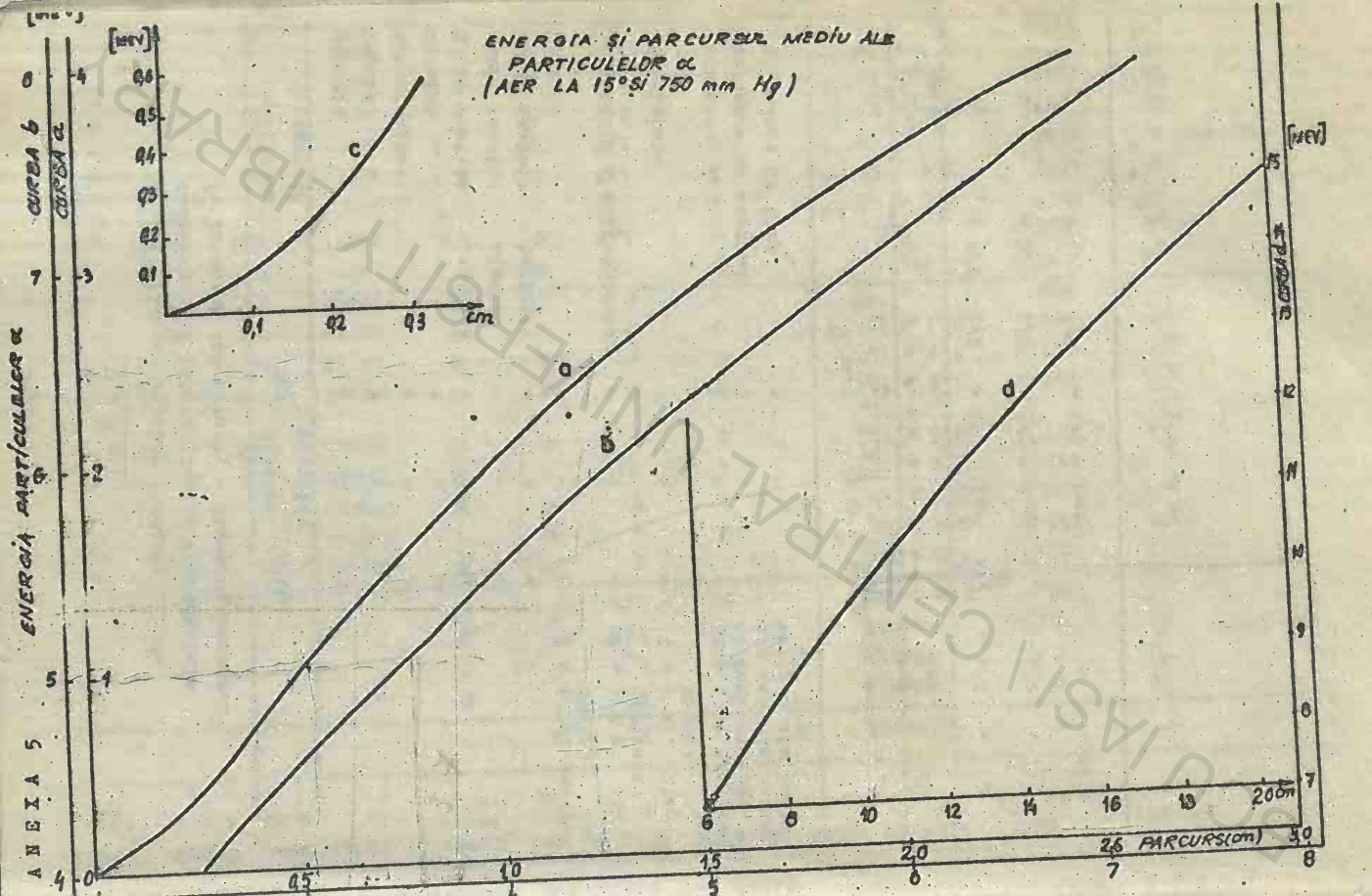
calculată după curba parcurs-energie a particulelor α în aer, după relația:

$$R_A\,(mg/cm^2) = 0{,}56\,R\,(cm)\cdot A^{1/3}$$

unde R_A - parcursul masic în materialul cu numărul de masă A și R - parcursul liniar în aer.

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

ANEXA 5



CUJAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

ANEXA 6

TABEL

Aplicabilitatea legilor fundamentale de conservare în interacţiunile fundamentale (+ înseamnă conservare; - înseamnă neconserv...

Cantitatea Conservată	Tari	Electro-magnetic	Slabe	
Energie	+	+	+	
Impuls	+	+	+	
Moment cinetic	+	+	+	
Sarcină	+	+	+	
Număr cuantic leptonic	+	+	+	
Număr cuantic miuonic	+	+	+	
Număr cuantic barionic	+	+	+	
Izospin	+	-	-	(T = 1/2pt.neleptonic)
Componenta z a izospinului	+	+	-	(T_z = 1/2 pt. neleptonic)
Stranietate	+	+	-	(S = 1 pt. neleptonic)
Paritate	+	+	-	(Exceptînd violarea
Conjugare de sarcină	+	+	-	nefrecventă pentru dezintegrarea
Inversiune de timp	+	+	+	lentă a sistemului K^o, K^o)

TABEL - Quarci

Simbol Quarc	Q	s	B	P	T	T_z	Y
q_1	+ 2/2	1/2	+ 1/3	par	1/2	+ 1/2	+ 1/3
q_2	- 1/3	1/2	+ 1/3	par	1/2	- 1/2	+ 1/3
q_3	- 1/3	1/2	+ 1/3	par	0	0	- 2/3

BCU IASI - CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

ANEXA 7

TABEL - PARTICULE ELEMENTARE

	Simbol	Masă (MeV/c^2)	Timp de viaţă (sec)	Sarcină Q	Spin s	L_e sau L_μ	Număr barionic B	Paritate P	Izospin	Componenta T_z	Stranietate S
Foton	γ	0	stabil	0	1	0	0				
Leptoni	ν_e	0	stabil	0	1/2	+1	0				
	ν_μ	0	stabil	0	1/2	+1	0				
	e^-	0.511	stabil	- 1	1/2	+1	0				
	μ^-	105.7	2.2×10^{-6}	- 1	1/2	+1	0				
Mezoni	π^+	139.6	2.6×10^{-8}	+ 1	0	0	0	impar	1	+1	0
	π^0	135.0	0.9×10^{-16}	0	0	0	0	impar	1	0	0
	π^-	139.6	2.6×10^{-8}	- 1	0	0	0	impar	1	-1	0
	K^+	493.8	1.2×10^{-8}	+ 1	0	0	0	impar	1/2	+ 1/2	+1
	K^0	497.8	8.6×10^{-11}	0	0	0	0	impar	1/2	- 1/2	+1
	$\bar{K}^0$	497.8	5.2×10^{-8}	0	0	0	0	impar	1/2	+ 1/2	-1
	K^-	493.8	1.2×10^{-8}	- 1	0	0	0	impar	1/2	- 1/2	-1
	η^0	549	2.5×10^{-19}	0	0	0	0	impar	0	0	0
	η'	958	10^{-21}	0	0	0	0	impar	0	0	0
Barioni	p	938.3	stabil	+ 1	1/2	0	+ 1	par	1/2	+ 1/2	0
	n	939.6	930	0	1/2	0	+ 1	par	1/2	- 1/2	0
	Λ^0	1116	2.5×10^{-10}	0	1/2	0	+ 1	par	0	0	- 1
	Σ^+	1189	8.0×10^{-11}	+ 1	1/2	0	+ 1	par	1	+ 1	- 1
	Σ^0	1192	10^{-14}	0	1/2	0	+ 1	par	1	0	- 1
	Σ^-	1197	1.5×10^{-10}	- 1	1/2	0	+ 1	par	1	- 1	- 1
	Ξ^0	1315	3.0×10^{-10}	0	1/2	0	+ 1	par	1/2	+ 1/2	- 2
	Ξ^-	1321	1.7×10^{-10}	- 1	1/2	0	+ 1	par	1/2	- 1/2	- 2
	Ω^-	1672	1.3×10^{-10}	- 1	3/2	0	+ 1	par	0	0	- 3

BCU Cluj / Central University Library

A N E X A 8

Tabel de constante fizice

1. Viteza luminii	$c = 2{,}998.10^{8}$ m/s
2. Constanta lui Planck	$h = 6{,}626.10^{-34}$ J/s
	$\hbar = h/2\pi = 1{,}0545.10^{-34}$ J/s
3. Constanta structurii fine	$= 1/137{,}04$
4. Constanta gravitaţională	$G = 6{,}67.10^{-11}$ N.m^2/kg^2
5. Constanta din legea lui Coulomb	$1/(4\pi\varepsilon_o) = 8{,}987.10^{9}$ N.m^2/Coulomb^2
6. Constanta lui Boltzmann	$k = 1{,}381.10^{-23}$ J/K
7. Numărul lui Avogadro	$N = 6{,}022.10^{23}$ mol^{-1}
8. Constanta universală a gazelor	$R = N\,k = 8{,}31$ J/K mol
9. Constanta Stefan-Boltzmann	$\sigma = 5{,}67.10^{-8}$ watt/m^2. K^4
10. Constanta lui Rydberg	$R_\infty = 1{,}0973731.\ 10^{7}$ m^{-1}
11. Sarcina electronului	$e = 1{,}602.\ 10^{-19}$ Coulombi
12. Masa de repaus a electronului	$m_e = 9{,}109.10^{-31}$ kg $= 0{,}511$ MeV
13. Sarcina specifică a electránului	$\frac{e}{m_e} = 1{,}7588\ .\ 10^{11}$ C/kg
14. Raza Bohr	$a_o = 4\pi\varepsilon_o \hbar/m_e e^2 = 5{,}2917.10^{-11}$ m
15. Magnetonul Bóhr	$\mu_B = e\,\hbar/2\,m_e = 9{,}273.10^{-24}$ J/(weber/m^2)
16. Magnetonul nuclear	$\mu_N = e\,\hbar/2\,m_p = 5{,}051.10^{-27}$ J/(weber/m^2)
17. Unitatea de masă în scara ^{12}C	$\mu = 1{,}660.10^{-27}$ kg $= 931{,}48$ MeV
18. Masa de repaus a protonului	$m_p = 1{,}673.10^{-27}$ kg $= 1836{,}1\ m_e$
19. Masa de repaus a neutronului	$m_n = 1{,}675.10^{-27}$ kg $= 939{,}5731$ MeV

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

ANEXA 9

Tabel de transformări

1 radian = 57,3 grade ; 1 grad = 0,01745 radiani

1 u = 1,660 . 10^{-27} kg = 931,48 MeV

1 eV = 1,602 . 10^{-19} J ; 1 J = 6,242 . 10^{18} eV

1 MeV = 1,602 . 10^{-13} J

1 Fermi = 10^{-15} m

1 Angstrom = 10^{-10} m

1 foot (picior) = 0,3048 m ; 1 m = 3,281 ft (picioare)

1 milă = 1,609 km ; 1 km = 0,621 mile

1 barn = 10^{-28} m^2

1 zi = 86.400 s

1 an = 3,156 . 10^{7} s

1 Curie = 3,7 . 10^{10} dezintegrări/s

1 Bq = 1 dezintegrare/s

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

ANEXA 10

TABEL

Masele atomice în unităţi ^{12}C, spini şi momente nucleare (* - Nuclee instabile)

Z	Element	A	N	Masa atomică	Spin I	μ (magnetoni nucleari)
0	n	1	1	1.0086652	1/2	- 1.91314
1	H	1	0	1.00782519	1/2	+ 2.79277
		2	1	2.014 022	1	+ 0.857406
		3*	2	3.0160497	1/2	+ 2.97885
2	He	3	1	3.0160297	1/2	- 2.12755
		4	2	4.0026031	0	0
		5*	3	5.012297		
		6*	4	6.018893		
3	Li	5*	2	5.012538		
		6	3	6.015125	1	+ 0.822010
		7	4	7.016004	3/2	+ 3.25628
		8*	5	8.022487		
4	Be	7*	3	7.016929		
		8*	4	8.005308		
		9	5	9.012186	3/2	- 1.17744
		10*	6	10.013534		
5	B	8*	3	8.024609		
		9*	4	9.013332		
		10	5	10.012939	3	- 1.8[illegible]063
		11	6	11.0093053	3/2	+ 2.68857
		12*	7	12.0143537		
6	C	10*	4	10.016810		
		11*	5	11.011432		
		12	6	12.000000000	0	0
		13	7	13.003354	1/2	+ 0.702381
		14*	8	14.003242	0	0
		15*	9	15.010600		
7	N	12*	5	12.018641		
		13*	6	13.005738		
		14	7	14.0030744	1	+ 0.40361
		15	8	15.000108	1/2	- 0.28309
		16*	9	16.006103		
		17*	10	17.00845		
8	O	14*	6	14.0085971		

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Z	Element	A	N	Masa atomică	Spin I	μ (magnetoni nucleari)
		15*	7	15.003070		
		16	8	15.9949150	0	0
		17	9	16.999133	5/2	- 1.89370
		18	10	17.9991600	0	
		19*	11	19.003578		
9	F	17*	8	17.002095		
		18*	9	18.000937		
		19	10	18.9984046	1/2	+ 2.6287
		20*	11	19.999987		
10	Ne	18*	8	18.005711		
		19*	9	19.001881		
		20	10	19.992440		
		21	11	20.993849	3/2	- 0.661,5
		22	12	21.991385		
		23*	13	22.994473		
11	Na	23	12	22.989771	3/2	+ 2.21751
12	Mg	24	12	23.985042		
		25	13	24.985839	5/2	- 0.85512
		26	14	25.982593		
13	Al	27	14	26.981539	5/2	+ 3.64140
14	Si	28	14	27.976929		
		29	15	28.976496	1/2	- 0.55525
		30	16	29.973763		
15	P	29	14	28.981808		
		31	16	30.973765	1/2	+ 1.13166
16	S	32	16	31.972074	0	
		33	17	32.97146	3/2	+ 0.64327
		34	18	33.967865	0	
		36	20	35.96709		
17	Cl	35	18	34.968851	3/2	+ 0.82183
		37	20	36.965897	3/2	+ 0.68409
18	Ar	36	18	35.967544		
		38	20	37.962726		
		40	22	39.962384		
19	K	39	20	38.963710	3/2	+ 0.39140
		40*	21	39.964000	4	- [illegible]
		41	22	40.961838	3/2	+

BCU IASI CENTRALA UNIVERSITY LIBRARY

Element	A	N	Masa atomică	Spin I	μ(magnetonic nucleari)
0 Ca	40	20	39.962589		
	42	22	41.958625		
	43	23	42.958780	7/2	- 1.3172
	44	24	43.955490		
	46	26	45.95369		
	48	28	47.95253		
21 Sc	45	24	44.955919	7/2	+ 4.75626
22 Ti	46	24	45.952632		
	47	25	46.951768	5/2	- 0,7881
	48	26	47.947950		
	49	27	48.947870	7/2	- 1.1036
	50	28	49.944786		
23 V	50*	27	49.947164	6	+ 3.347
	51	28	50.943961	7/2	+ 5.148
24 Cr	50	26	49.946054		
	52	28	51.940513		
	53	29	52.940653	3/2	- 0.47434
	54	30	53.938881		
25 Mn	55	30	54.938050	5/2	+ 3.4678
26 Fe	54	28	53.939617		
	56	30	55.934936		
	57	31	56.935398	1/2	+ 0.0902
	58	32	57.933273		
27 Co	59	32	58.933189	7/2	+ 4.6583
28 Ni	58	30	57.935342		
	60	32	59.930787		
	61	33	60.931056		
	62	34	61.928342		
	64	36	63.927958		
29 Cu	63	34	62.929592	3/2	+ 2.2261
	65	36	64.927786	3/2	+ 2.3849
	66	37	65.928871		
30 Zn	64	34	63.929115		
	66	36	65.926052		
	67	37	66.927145	5/2	+ 0.87552
	68	38	67.924857		
	70	40	69.925334		

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Z	Element	A	N	Masa atomică	Spin I	μ(magnetoni nucleari)
31	Ga	69	38	68.925574	3/2	+ 2.01602
		71	40	70.924706	3/2	+ 2.56161
32	Ge	70	38	69.924251		
		72	40	71.922082		
		73	41	72.923462	9/2	- 0.8788
		74	42	73.921181		
		76	44	75.921405		
33	As	75	42	74.921596	3/2	+ 1.4390
34	Se	74	40	73.922476	0	0
		76	42	75.919207		
		77	43	76.919911	1/2	+ 0.5344
		78	44	77.917314	0	0
35	Br	79	44	78.918329	3/2	+ 2.1056
		81	46	80.916292	3/2	+ 2.2696
36	Kr	78	42	77.920403		
		80	44	79.916380		
		82	46	81.913482		
		83	47	82.914131	9/2	- 0.97017
		84	48	83.911503		
		86	50	85.910616		
37	Rb	85	48	84.911800	5/2	+ 1.35267
		87*	50	86.909186	3/2	+ 2.7505
38	Sr	84	46	83.913430		
		86	48	85.909285		
		87	49	86.908892	9/2	- 1.0930
		88	50	87.905641		
39	Y	89	50	88.905872	1/2	- 0.137316
40	Zr	90	50	89.904700		
		91	51	90.905642	5/2	- 1.30285
		92	52	91.905031		
		94	54	93.906313		
		96	56	95.908286		
41	Nb	93	52	92.906382	9/2	+ 6.1671
42	Mo	92	50	91.906810		
		94	52	93.905090		
		95	53	94.905839	5/2	- 0.9133
		96	54	95.904674		

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Z	Element	A	N	Masa atomică	Spin I	μ(magnetoni nucleari)
42	Mo	97	55	96.90602	5/2	- 0.9325
		98	56	97.905409		
		100	58	99.907475		
43	Tc	98	55	97.90711		
44	Ru	96	52	95.907598		
		98	54	97.905289		
		99	55	98.905935	5/2	- 0.62
		100	56	99.904218		
		101	57	100.905577	5/2	- 0.7
		102	58	101.904348		
		104	60	103.905430		
45	Rh	103	58	102.905511	1/2	- 0.0883
46	Pd	102	56	101.905609		
		104	58	103.904011		
		105	59	104.905064	5/2	- 0.615
		106	60	105.903479		
		108	62	107.903891		
		110	64	109.905164		
47	Ag	107	60	106.905094	1/2	- 0.113548
		108	61	107.905949		
		109	62	108.904756	1/2	- 0.130538
48	Cd	106	58	105.906463		
		108	60	107.904187		
		110	62	109.903012		
		111	63	110.904188	1/2	- 0.59501
		112	64	111.902762		
		113	65	112.904408	1/2	- 0.62243
		114	66	113.903360		
		116	68	115.904762		
49	In	113	64	112.904089	9/2	+ 5.523
		115*	66	114.904745	9/2	+ 5.535
50	Sn	112	62	111.904835		
		114	64	113.902773		
		115	65	114.903346	1/2	- 0.91781
		116	66	115.901745		
		117	67	116.902958		- 0.99983
		118	68	117.901606		
		119	69	118.903313	1/2	- 1.04621

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Z	Element	A	N	Masa atomică	Spin I	μ(magnetoni nucleari)
		120	70	119.902198		
		122	72	121.903441		
		124	74	123.905272		
51	Sb	121	70	120.903816	5/2	+ 3.3590
		123	72	122.904213	7/2	+ 2.547
52	Te	120	68	119.904023		
		122	70	121.903066		
		123	71	122.904277	1/2	- 0.73585
		124	72	123.902842		
		125	73	124.904418	1/2	- 0.88715
		126	74	125.903322		
		128	76	127.904326		
		130	78	129.906238		
53	I	127	74	126.904470	5/2	+ 2.8091
54	Xe	124	70	123.90612		
		126	72	125.90429		
		128	74	127.90354		
		129	75	128.90478	1/2	- 0.77686
		130	76	129.90351		
		131	77	130.90509	3/2	+ 0.69066
		132	78	131.90416		
		134	80	133.90540		
		136	82	135.90722		
55	Cs	133	78	132.90536	7/2	+ 2.5789
56	Ba	130	74	129.90625		
		132	76	131.90512		
		134	78	133.90461		
		135	79	134.90555	3/2	+ 0.83718
		136	80	135.90430		
		137	81	136.90550	3/2	+ 0.93654
		138	82	137.90500		
57	La	138	81	137.90691	5	+ 3.7071
		139	82	138.90614	7/2	+ 2.7781
58	Ce	136	78	135.90710		
		138	80	137.90583		
		140	82	139.90539		
		142	84	141.90914		

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Z	Element	A	N	Masa atomică	Spin I	μ(magnetoni nucleari)
59	Pr	141	82	140.90760	5/2	+ 4.3
60	Nd	142	82	141.90766		
		143	83	142.90978	7/2	- 1.064
		144*	84	143.91004		
		145	85	144.91254	7/2	- 0.653
		146	86	145.91309		
		148	88	147.91687		
		150	90	149.92092		
61	Pm	147	86	146.91511		
62	Sm	144	82	143.91199		
		147*	85	146.91487	7/2	- 0.8
		148	86	147.91479		
		149	87	148.91718	7/2	- 0.65
		150	88	149.91728		
		152	90	151.91976		
		154	92	153.92228		
63	Eu	151	88	151.91984	5/2	+ 3.465
		153	90	152.92124	5/2	+ 1.52
64	Gd	152	88	151.91979		
		154	90	153.92093		
		155	91	154.92266		
		156	92	155.92218		
		157	93	156.92403		
		158	94	157.92418		
		160	96	159.92712		
65	Tb	159	94	158.92539	3/2	
66	Dy	156	90	155.92392		
		158	92	157.92445		
		160	94	159.92520		
		161	95	160.92695		
		162	96	161.92680		
		163	97	162.92876		
		164	98	163.92920		
67	Ho	165	98	164.93042	7/2	
68	Er	162	94	161.92874		
		164	96	163.92929		
		166	98	165.93031		

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Z	Element	A	N	Masa atomică	Spin I	μ (magnetoni nucleari)
		167	99	166.93206	7/2	
		168	100	167.93238		
		170	102	169.93556		
69	Tm	169	100	168.93425	1/2	
70	Yb	168	98	167.9342		
		170	100	169.93502		
		171	101	170.93643	1/2	- 0.4930
		172	102	171.93636		
		173	103	172.93806	5/2	- 0.678
		174	104	173.93874		
		176	106	175.94268		
71	Lu	175	104	174.94064	7/2	+ 2.23
		176*	105	175.94266		
72	Hf	174	102	173.94036		
		176	104	175.94157		
		177	105	176.94340	7/2	+ 0.61
		178	106	177.94388		
		179	107	178.94583	9/2	- 0.47
		180	108	179.94682		
73	Ta	181	108	180.94801	7/2	+ 2.35
74	W	180	106	179.94700		
		182	108	181.94830		
		183	109	182.95032	1/2	+ 0.117224
		184	110	183.95103		
		186	112	185.95444		
75	Re	185	110	184.95306	5/2	+ 3.1718
		187*	112	186.95583	5/2	+ 3.2043
76	Os	184	108	183.95275		
		186	110	185.95387		
		187	111	186.95583		
		188	112	187.95608		
		189	113	188.95830		
		190	114	189.95863		
		192	116	191.96145		
77	Ir	191	114	190.96064	3/2	+ 0.16
		193	116	192.96301	3/2	+ 0.17

BCU IAȘI CENTRU UNIVERSITY LIBRARY

Z	Element	A	N	Masa atomică	Spin I	μ(magnetoni nucleari)
78	Pt	190[M]	112	189,95995		
		192	114	191.96115		
		194	116	193.96272		
		195	117	194.96481	1/2	+ 0.60602
		196	118	195.96497		
		198	120	197.96790		
79	Au	197	118	196.96654	3/2	+ 0.74485
80	Hg	196	116	195.96582		
		198	118	197.96676		
		199	119	198.96828	1/2	+ 0.502702
		200	120	199.96833		
		201	121	200.97031	3/2	- 0.556701
		202	122	201.97064		
		204	124	203.97349		
81	Tl	203	122	202.972353	1/2	+ 1.61169
		205	124	204.974442	1/2	+ 1.62254
		206[M]	125	205.976104		
		207[M]	126	206.977450		
		208[M]	127	207.982813		
		209[M]	128	208.985296		
		210[M]	129	209.990054		
82	Pb	204	122	203.973044		
		206	124	205.974468		
		207	125	206.975903	1/2	+ 0.5895
		208	126	207.976650		
		209	127	208.981082		
		210[M]	128	209.984187		
		211[M]	129	210.988742		
		212[M]	130	211.991905		
		214[M]	132	213.99977		
83	Bi	209	126	208.980394	9/2	+ 4.0802
		210[M]	127	209.984121		
		211[M]	128	210.987300		
		212[M]	129	211.991279		
		213[M]	130	212.994317		
		214[M]	131	213.998686		
84	Po	209[M]	125	208.982426	1/2	
		210[M]	126	209.982876		

BCUJAS CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Z	Element	A	N	Masa atomică	Spin I	μ(magnetoni nucleari)
		212*	128	211.988866		
		213*	129	212.992825		
		214*	130	213.995201		
		215*	131	214.999423		
		216*	132	216.001922		
		218*	134	218.008930		
85	At	215*	130	214.998663		
		216*	131	216.002411		
		217*	132	217.004648		
		218*	133	218.008607		
86	Rn	219*	133	219.009481		
		220*	134	220.011401		
		222*	136	222.017531		
87	Fr	221*	134	221.014183		
		223*	136	223.019736		
88	Ra	223*	135	223.018501		
		224*	136	224.02021		
		225*	137	225.02352		
		226*	138	226.02536		
		228*	140	228.03114		
89	Ac	225*	136	225.02315		
		227*	138	227.02775		
		228*	139	228.03108		
90	Th	227*	137	227.02771		
		228*	138	228.02875		
		229*	139	229.03165		
		230*	140	230.03309		
		231*	141	231.03629		
		232*	142	232.03812		
91	Pa	231*	140	231.03588		
		233*	142	233.04013		
		234*	143	234.04330		
92	U	233*	141	233.03952		
		234*	142	234.04090		
		235*	143	235.04392		
		238*	146	238.05377	7/2	
93	Np	237*	144	237.04806		
94	Pu	240*	146	240.05388		
95	Am	241*	146	241.05671	5/2	+ 1.4

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

BELFAST CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY